

Capítulo 0 | Sobre este curso

¿Para quién es este curso?

Este curso está pensado, en particular, para docentes (o futuros docentes) del área de matemática. Asimismo le servirá a estudiantes de carreras con orientación científica o técnica, como también le será de utilidad a los docentes del área de las ciencias exactas.

¿Por qué aprender a utilizar GeoGebra?

Las nuevas tecnologías ofrecen herramientas extraordinarias que sirven para complementar y agilizar tareas cotidianas. Los docentes (los “viejos” y los “nuevos”) podemos y, en cierta medida, debemos aprovechar estas capacidades tecnológicas, sin miedos y con total confianza. Como todo, lo nuevo tiene ventajas y desventajas. En principio, el uso de nuevas tecnologías en el aula nos proveerá de herramientas didácticas que no son posibles (o lo son, pero con mayor dificultad) con el tradicional pizarrón y la tiza.

¿Por qué ofrecemos este curso?

La implementación de este curso tiene un doble objetivo, el primero es brindar nuevas herramientas a los docentes de matemática y ciencias, para que implementen en sus prácticas. El segundo objetivo del curso es difundir el uso del software libre en la educación pública, con todo lo que su filosofía conlleva.

¿Qué tan difícil es este curso?

Nada difícil si tenemos ganas de aprender. Eso sí, es necesario saber “navegar” por nuestra computadora, saber seleccionar, abrir y guardar archivos, etc. Si tenemos y usamos una computadora esto será pan comido. Hemos diseñado este curso para que pueda ser cursado de forma autónoma, aunque siempre es conveniente elaborar conocimientos en forma grupal, aprendiendo de las preguntas y dificultades de uno mismo como de otros. Veremos que este curso tiene un nivel básico y más bien práctico. Las características más avanzadas de los programas que veremos quedarán para investigación propia o tal vez para un futuro curso.

¿Ofrecen un certificado por este curso?

No, por el momento. Lo que ofrecemos es la posibilidad de tener un recurso didáctico más en nuestro curriculum personal, con eso debería bastar. No obstante otorgaremos un certificado de asistencia.

Capítulo 1 | Introducción



¿Qué es GeoGebra?

Según el manual oficial del proyecto, “GeoGebra es un software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo. Lo ha elaborado Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores, para la enseñanza de matemática escolar.”

En lo personal, defino a GeoGebra como un complemento excelente para la educación media y superior de matemática, de fácil comprensión y aprendizaje, que conjuga de una manera muy práctica álgebra con geometría.

¿Para qué sirve?

GeoGebra es un software muy útil para los docentes del área de matemática. Se puede utilizar como un graficador de funciones y ecuaciones en el plano, para realizar construcciones geométricas estáticas o dinámicas, analizar funciones, etc.

¿Cómo puedo tenerlo en mi computadora?

Este software fue diseñado en Java, que en síntesis, es un lenguaje de programación muy utilizado y que prácticamente es software libre. Java es “multiplataforma”, por lo tanto GeoGebra también: existen versiones instalables para Windows, Linux y Mac OS X. También existen versiones portables que, como su nombre lo indica, se puede transportar en un pen drive y ejecutar sin necesidad de instalarse. Para instalar GeoGebra es requisito tener instalado Java en la pc (en general es lo usual).

Con este curso se distribuye un CD con lo necesario para instalar GeoGebra en la mayoría de las computadoras.

Enlace a GeoGebra: <http://www.geogebra.org/cms/>

Enlace a Java: <http://www.java.com/es/download/manual.jsp>

Es posible utilizar GeoGebra sin necesidad de descargar e instalar programas mediante el applet web. Para ello es necesario disponer de conexión a Internet. En el mismo navegador web se podrá trabajar con GeoGebra (recomendamos utilizar el navegador web libre [Mozilla Firefox](#)). Este método no es el más indicado para trabajar cotidianamente con GeoGebra porque su carga es lenta y no es garantido su acceso.

Enlace a applet GeoGebra: <http://www.geogebra.org/webstart/geogebra.html>

Capítulo 2 | Conociendo GeoGebra

Instalando GeoGebra

Para instalar este programa deberemos seguir los siguientes pasos de acuerdo al sistema operativo correspondiente:

- En Windows deberemos hacer doble clic en el ejecutable (.exe) del cd que se adjunta a este curso que se encuentra en “GeoGebra/Windows”. Luego seguiremos los pasos de instalación que el mismo programa ofrece. Si en algún momento el programa indica que no tenemos instalada la versión de Java correspondiente deberemos instalarla desde Java/Windows.
- En Linux, en especial para la distribución Ubuntu existen repositorios desde donde se puede instalar GeoGebra, lo cual será viable si disponemos de conexión a Internet. Esta opción es la más recomendable ya que GeoGebra se actualizará periódicamente a la última versión estable. Para esto deberemos seguir el archivo de ayuda “Instalación desde repositorio.txt” que se encuentra en “GeoGebra/Ubuntu (Linux)”.
De no disponer a una conexión a Internet podremos instalar el programa haciendo doble clic en el paquete instalable (.deb) que se encuentra en “GeoGebra/Ubuntu (Linux)”.

Se recuerda que existen versiones de GeoGebra “portables” que no requieren de instalación:

- En Windows podremos utilizar el portable de GeoGebra haciendo clic en el ejecutable (.exe) que se encuentra en GeoGebra/Windows/Portable.
- En Linux ejecutaremos el script (.sh) que se encuentra en GeoGebra/Ubuntu (Linux)/Portable. Puede que el sistema nos advierta que el archivo no tiene permisos de ejecución, por lo que deberemos dárselos haciendo clic derecho sobre el mismo y luego en “propiedades”, encontraremos el casillero para activar en la pestaña “permisos”.

Nota 1: Pareciera que en Linux se más complicado hacer instalaciones. Quizás lo sea si estamos acostumbrados a la forma de instalar de Windows. Recordemos que para instalar un programa en Windows difícilmente se nos pida una contraseña de administrador, lo que implica menor seguridad del sistema...

Nota 2: Los usuarios de Mac OS X también pueden instalar GeoGebra en sus computadoras. En el cd de instalación no se lo incluye debido a que no es un sistema operativo muy popular. Desde la página de GeoGebra se puede descargar el instalador correspondiente.

Primeros Pasos: Vistas Múltiples

GeoGebra es programa que combina geometría con álgebra, por ello dispone de diferentes paneles de visualización que relacionan los objetos con los que trabajamos:

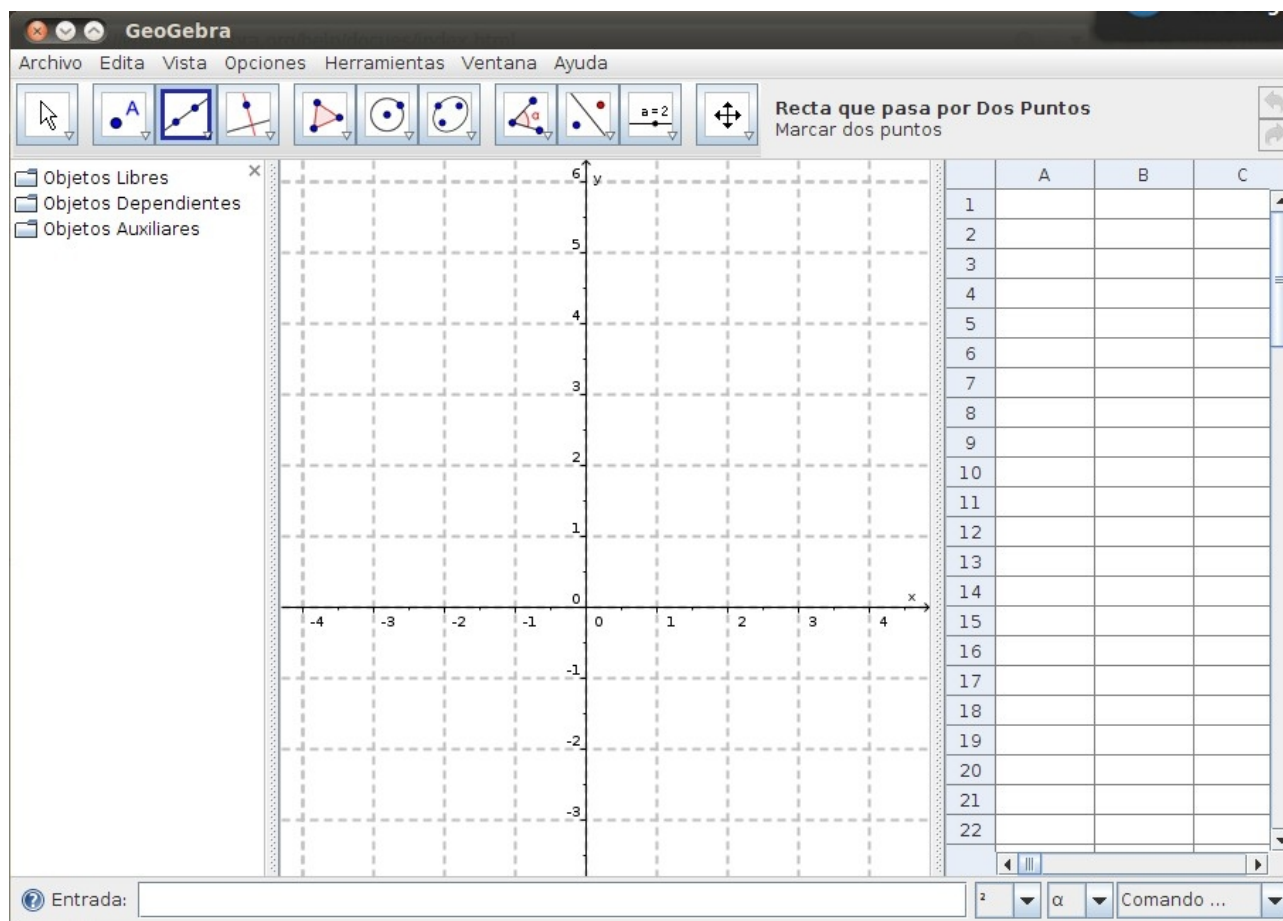


Imagen 1: Vista general de GeoGebra

En la parte superior se ubica la **barra de herramientas** con los botones necesarios para construcciones básicas, a la izquierda está el **panel de vista algebraica**, en el centro la ventana principal con la **vista gráfica**, del lado derecho (por defecto no se ve) se encuentra la **vista de hoja de cálculo**, y debajo de todo podemos visualizar la barra de **entrada algebraica**.

Conceptos básicos

GeoGebra es como un pizarrón, en el cual podemos graficar puntos, rectas, círculos, polígonos, ángulos... pero con una ventaja, cada elemento que introducimos "a mano" en la vista gráfica tiene su correspondiente algebraico. Como ejemplo marcaremos un punto en la **vista gráfica**. Para ello hacemos clic en el segundo botón de la **barra de herramientas**:

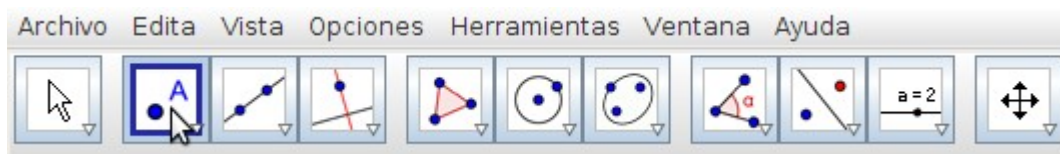


Imagen 2: Barra de herramientas

Luego marcamos el punto en el lugar deseado de la **vista gráfica**:

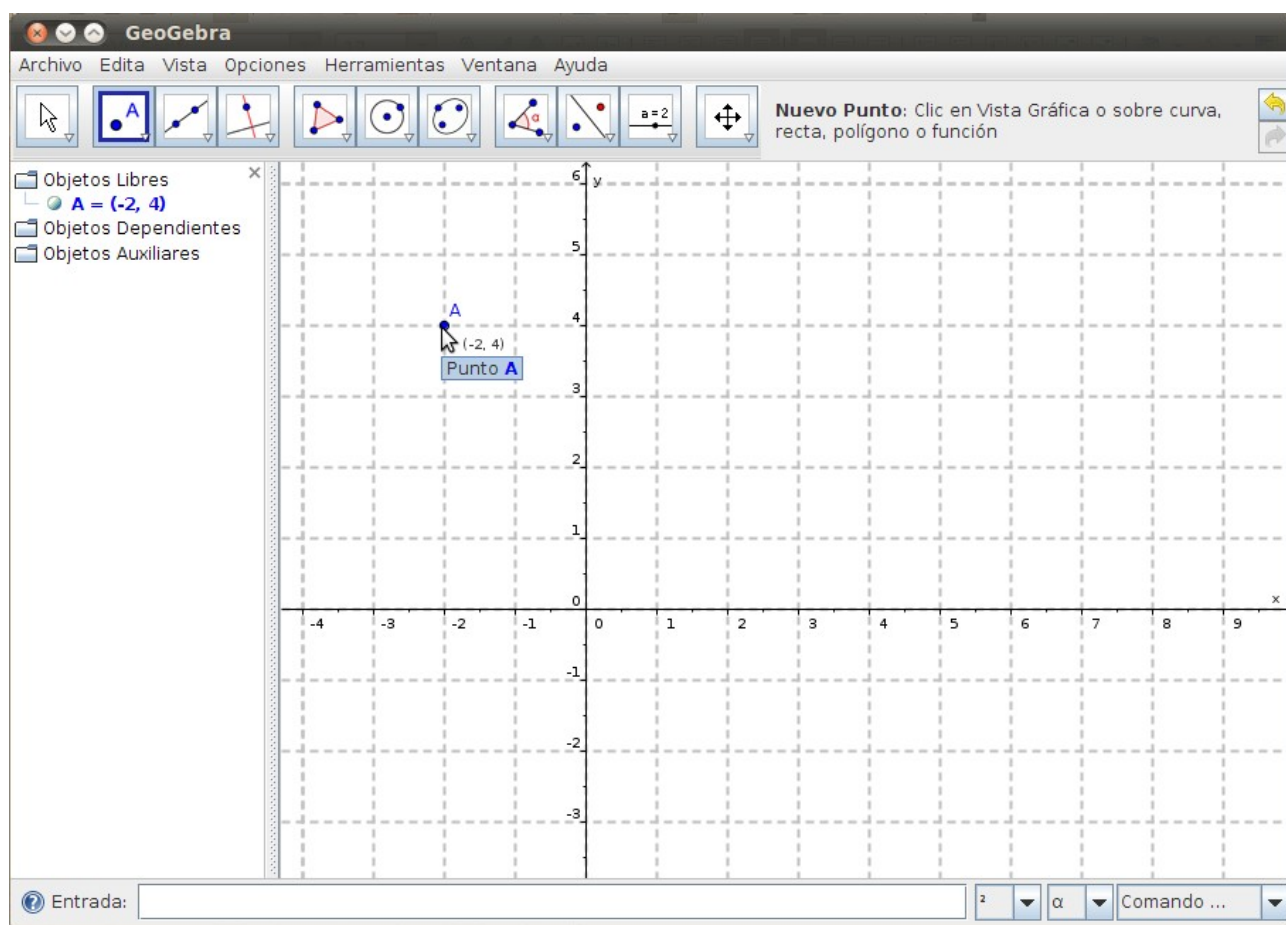


Imagen 3: Vista gráfica, un punto en el plano como un objeto libre

Vemos que el punto “A” de la **vista gráfica** se relaciona con el objeto libre A de la **vista algebraica**. Como ya se dijo, en GeoGebra todo objeto geométrico está relacionado con un objeto algebraico.

A nivel básico decimos que en GeoGebra existen objetos **libres** (también llamados independientes) y objetos **dependientes**. Por ejemplo el punto “A” del ejemplo anterior es **libre**, debido a que no se relaciona con un objeto anterior. Como habrán de suponer los objetos **dependientes** son aquellos que se relacionan con objetos previos del sistema (ya que estamos, decimos que es una relación que responde a la definición de función).

Para entender mejor lo dicho ponemos como ejemplo la gráfica de una recta mediante dos puntos haciendo clic en el tercer botón de la **barra de herramientas**:

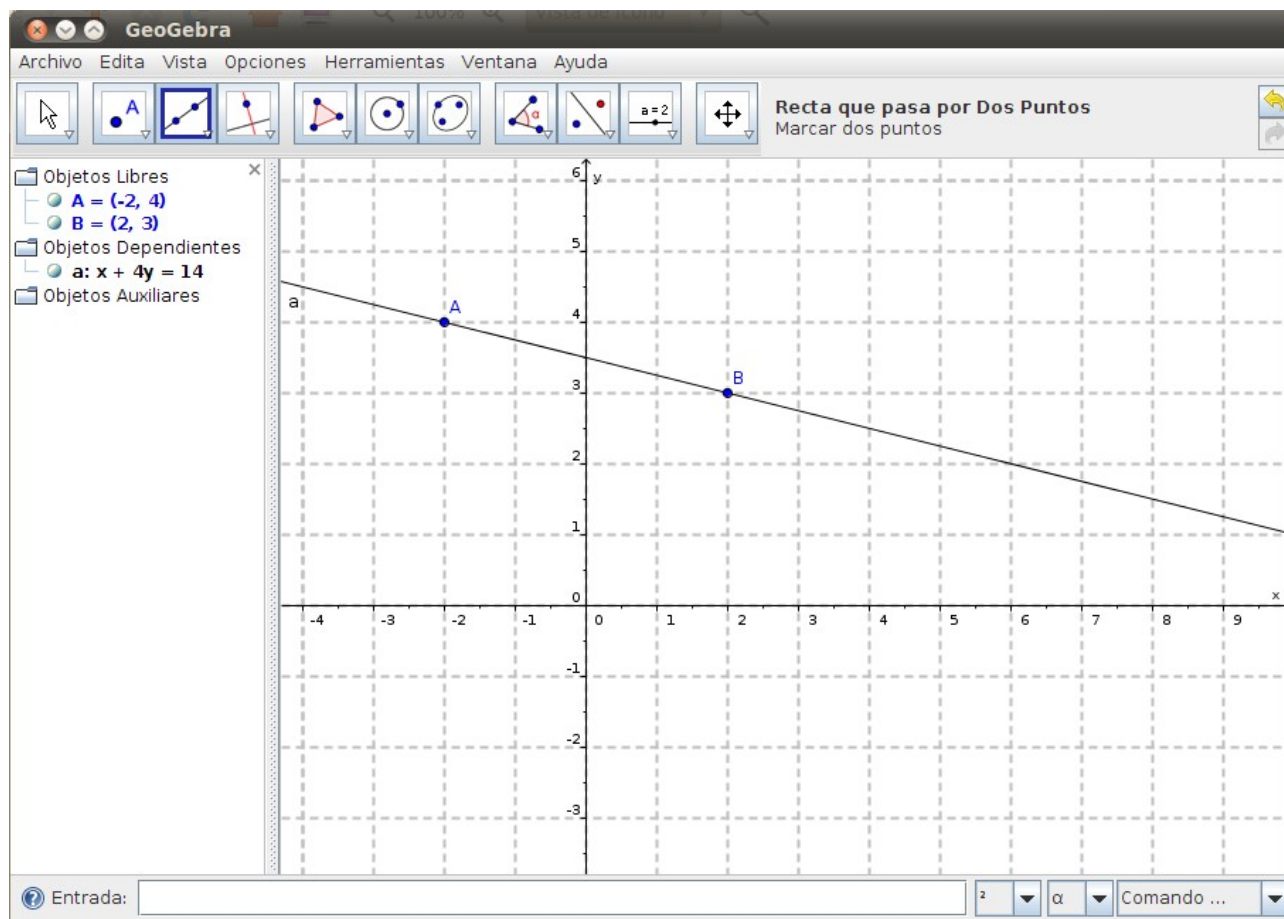


Imagen 4: Vista gráfica, una recta que depende de dos puntos

En el ejemplo, la recta “a” depende de los puntos “A” y “B”.

GeoGebra posee varias funcionalidades que permiten entender el uso de cada herramienta. Al permanecer con el cursor sobre los botones de la **barra de herramienta** o bien al hacer clic en cualquiera de ellos aparecerá una breve descripción del mismo.

Existen algunas funciones muy útiles a la hora de trabajar con GeoGebra, una de ellas es el **zoom**. En principio diremos que la rueda del ratón nos servirá para acercar o alejar la gráfica, para ello debemos posarnos sobre la zona a ampliar/reducir y girar la rueda. También tenemos un botón para realizar un **acercamiento** y otro para el **alejamiento**. Estos se encuentran ocultos, a simple vista, dentro de la barra de herramientas. Para activarlos hay que hacer clic en el pequeño triángulo del botón de desplazamiento y luego en cualquiera de ellos:

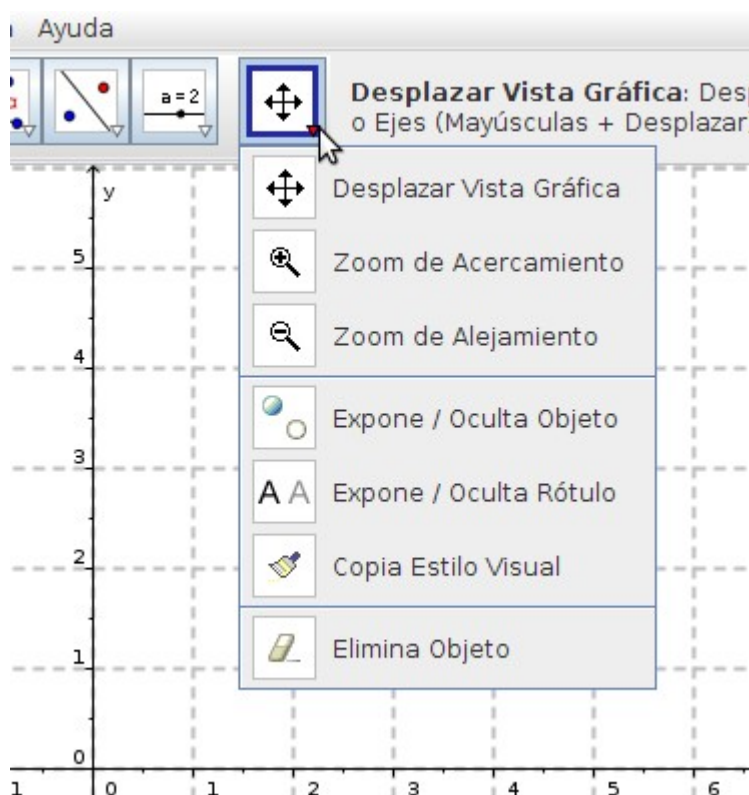


Imagen 5: Sub-menú en la barra de herramientas

Es importante observar que todos los botones de la barra de herramientas poseen el triángulo mencionado. Esto implica que existen muchas funciones más por descubrir dentro de cada botón visible. Podemos decir que son botones-menú, ya que cada uno de ellos corresponde a una categoría y agrupación diferente según su funcionalidad.

Para movernos en la gráfica (o hacer un paneo) tenemos el último botón de la **barra de herramientas**. Debemos hacer clic en este botón y luego arrastrar la zona gráfica según nuestras necesidades (o sea clic sin soltar en el dibujo), aparecerá una “manito” que servirá para mover/arrastrar la gráfica. Esto también es posible sin necesidad de hacer clic en el botón “mover”, simplemente apretamos la tecla “shift” (“mayúsculas”) de nuestro teclado al mismo tiempo que arrastramos con el ratón la vista gráfica.

El menú **archivo** de GeoGebra es muy similar a los programas que utilizamos frecuentemente: se pueden “abrir”, “guardar”, “imprimir” archivos o crear uno “nuevo”. También es posible seleccionar objetos, o deshacer acciones en el menú **edita**.

GeoGebra ofrece la posibilidad de trabajar con ejes cartesianos y cuadrícula, o sin ellos:

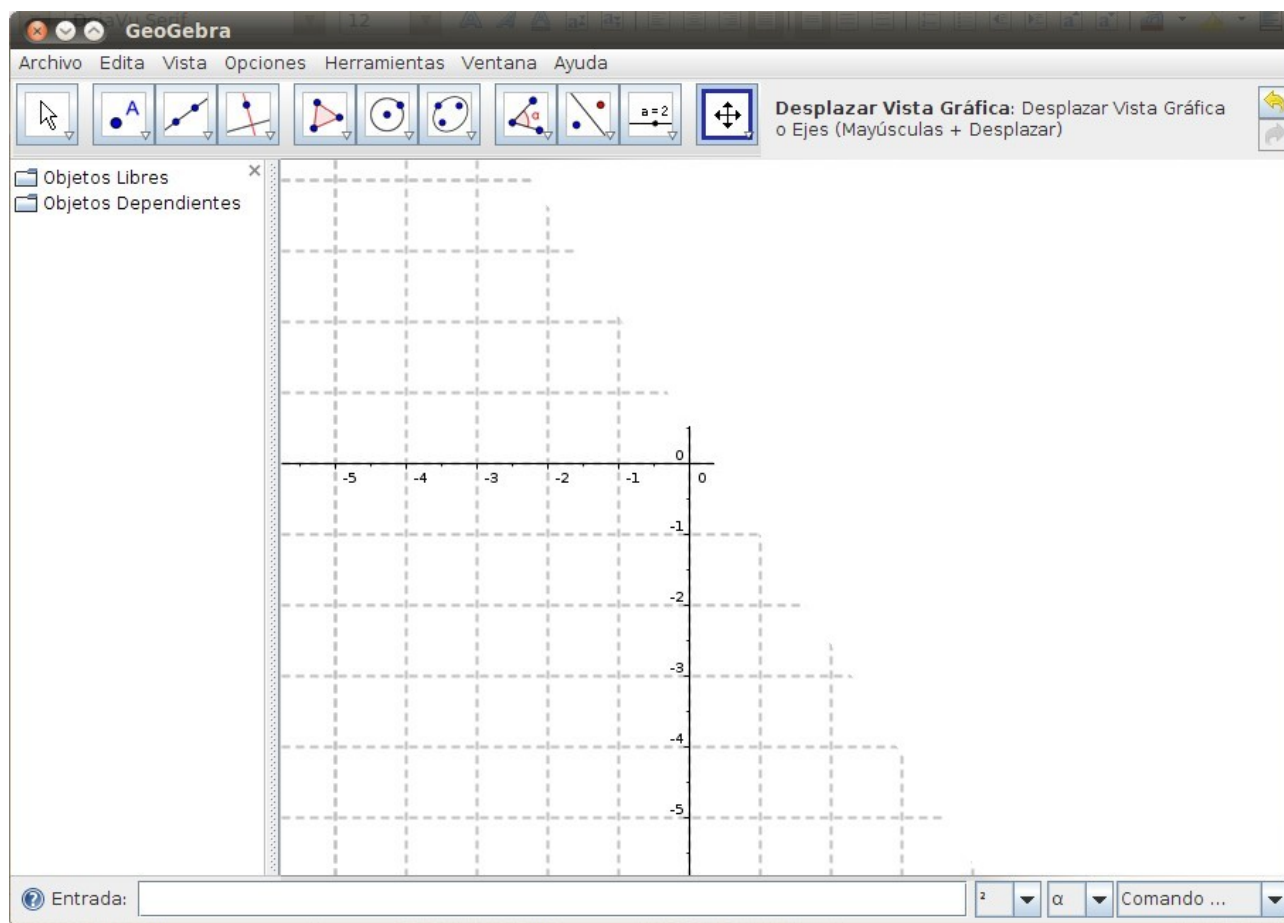


Imagen 6: Composición de vista gráfica con y sin cuadrícula/ejes

Para esto es necesario activar o desactivar las opciones “Ejes” y “Cuadrícula” del menú **Vista**:

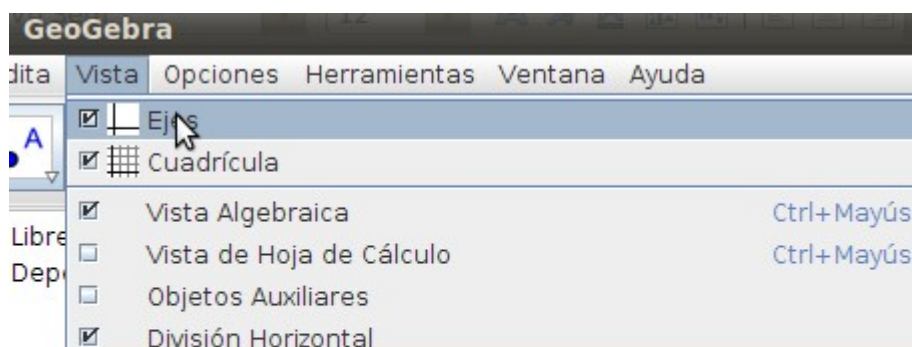


Imagen 7: Menú "Vista", activación de ejes y cuadrícula

En el menú del botón de desplazamiento vemos la herramienta **eliminar objeto**, que como su nombre lo indica nos permitirá deshacernos de aquellos elementos que ya no queremos en nuestro trabajo. Existe la posibilidad de borrar objetos con la tecla “Supr” o “Del” de nuestro teclado. Para realizar el borrado de esta forma necesitaremos, en primer lugar, seleccionar los objetos

que deseamos eliminar. La herramienta de selección se activa en el botón correspondiente o apretando la tecla “Esc” del teclado:

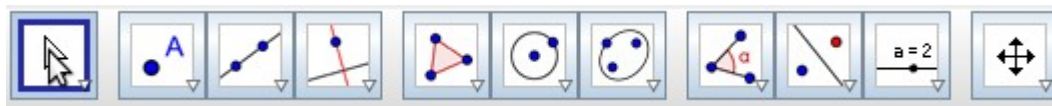


Imagen 8: Barra de herramientas, "seleccionar"

Con esta herramienta activada podremos mover objetos libres. Solamente es necesario “tocar y arrastrar” el objeto en cuestión hacia el lugar deseado. Más adelante practicaremos esta característica.

Este programa tiene muchas características más pero para comenzar con el curso, lo visto hasta ahora es suficiente.

Actividad 1

1. Activar/desactivar la cuadrícula.
2. Activar/desactivar los ejes.
3. Realizar un desplazamiento mediante el botón correspondiente.
4. Realizar un desplazamiento utilizando la combinación de tecla y ratón.
5. Realizar zoom de acercamiento/alejamiento seleccionando los botones indicados.
6. Realizar zoom de acercamiento/alejamiento usando la rueda del ratón.

Capítulo 3 | Puntos, rectas, segmentos...

Como vimos GeoGebra ofrece la posibilidad de realizar “entradas” gráficas y algebraicas. Empezaremos siempre de la forma más simple que es la gráfica, y de ser necesario seguiremos con las entradas algebraicas. Es importante tomar nota que en este curso trabajaremos mayormente con los ejes y cuadrículas activadas, pero podemos prescindir de ellos si no los necesitamos.

- **Puntos en el plano**

Para marcar un punto haremos clic en el botón correspondiente de la barra de herramientas:

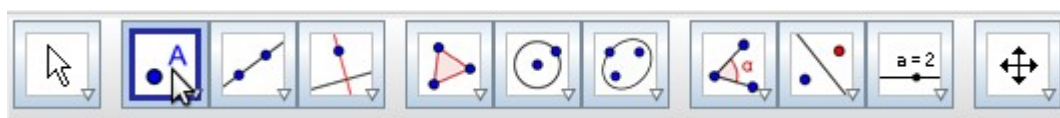


Imagen 9: Herramienta "Nuevo punto" de la barra de herramientas

Luego procedemos a marcar unos puntos en el plano:

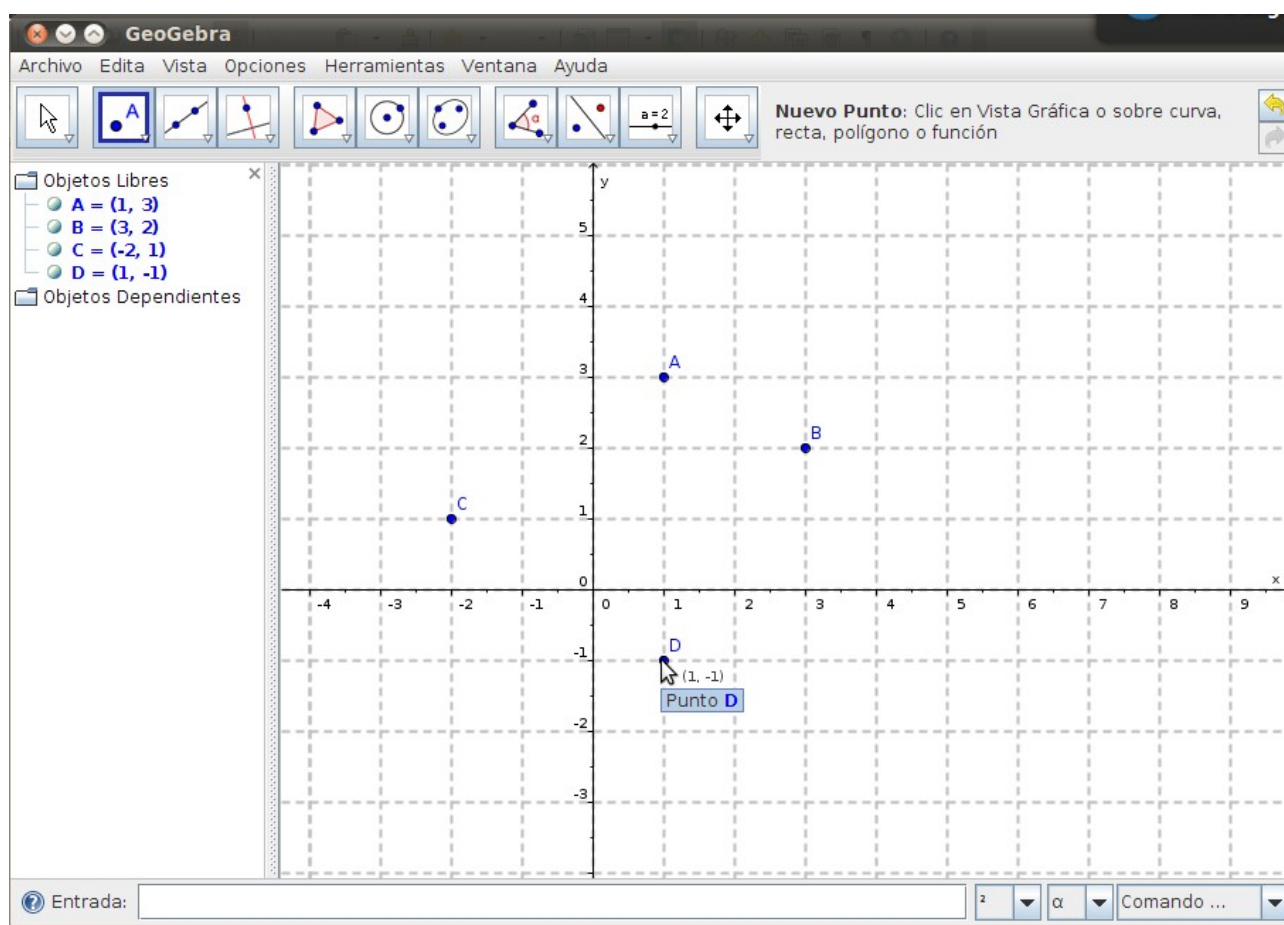


Imagen 10: Puntos en el plano

Es importante destacar que GeoGebra siempre utilizará pares ordenados para identificar puntos, estén activados los ejes cartesianos o no (observar la vista algebraica). También vemos que los puntos se nombran automáticamente en orden alfabético, utilizando letras mayúsculas. Más adelante aprenderemos a renombrar los objetos y cambiar sus propiedades.

Opcionalmente se podrán ingresar puntos desde la entrada algebraica. Para ello no es necesario seleccionar ningún botón, solamente deberemos escribir el punto como par ordenado en la entrada algebraica:



Imagen 11: Entrada algebraica de un punto

Nota: En GeoGebra las coordenadas de un punto se anotan con una "coma" como separador en lugar del "punto y coma" tradicional, por ejemplo $(-3,4)$. La notación con "punto y coma" se reserva para puntos dados de forma polar, es decir (módulo;ángulo).

- **Rectas, segmentos, semirrectas y vectores**

Existen algunos objetos que dependen de otros, entre éstos están las rectas, semirrectas, segmentos y los vectores. Esto significa que al graficarlos aparecerán puntos con ellos (no siempre será así, pero por el momento se verá de esta forma).

Para marcar una **recta** cualquiera iremos al tercer botón de la **barra de herramientas** y luego haremos clic en dos lugares distintos de la zona gráfica (que bien podrían ser puntos preexistentes):

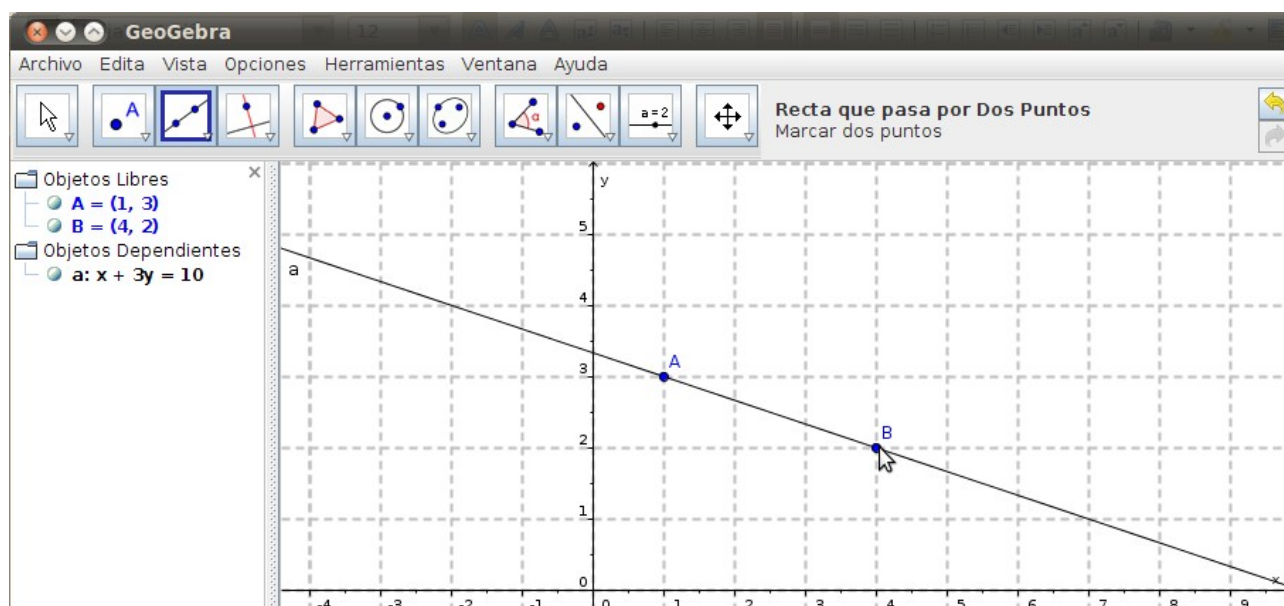


Imagen 12: Recta que pasa por dos puntos

Esto mismo podemos hacer con los segmentos, semirrectas y vectores, solamente tenemos que hacer clic en el triángulo pequeño del tercer botón de la barra de herramientas y luego en la herramienta deseada:



Imagen 13: Herramientas "Recta", "Segmento", "Semirrecta" y "Vector"

Nota: Los botones correspondientes son "Recta que pasa por dos puntos", "Segmento entre dos puntos", "semirrecta que pasa por dos puntos" y "Vector entre dos puntos".

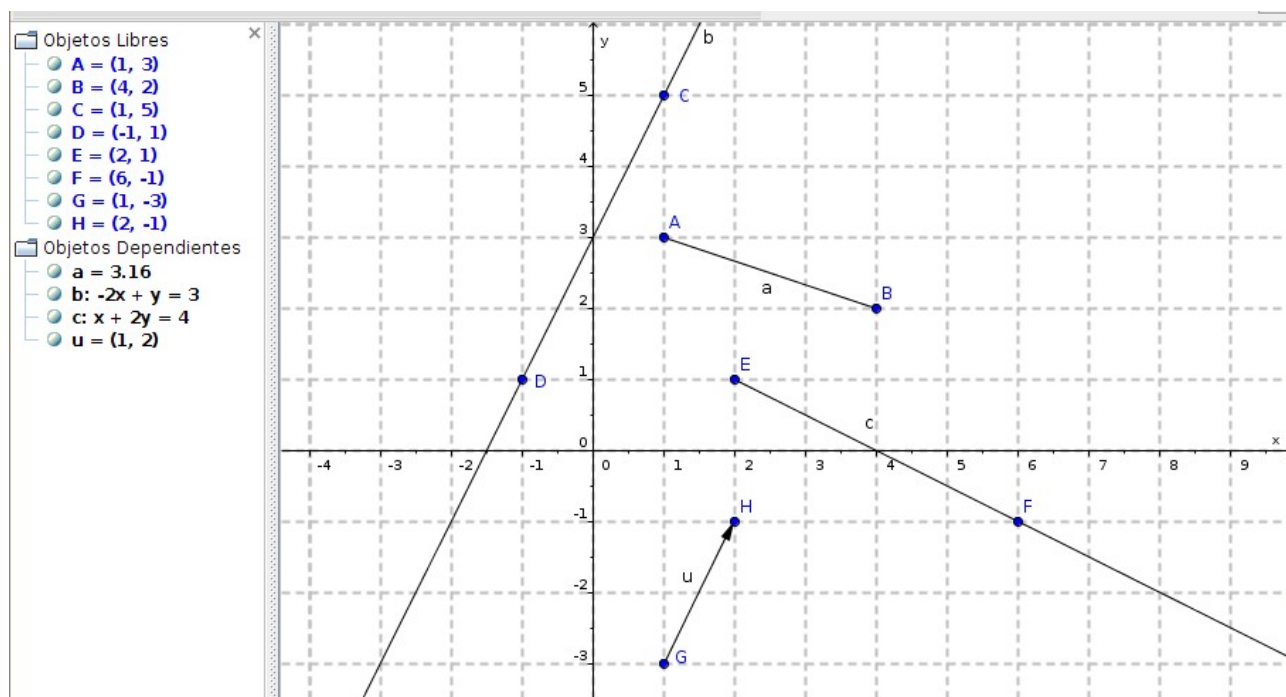


Imagen 14: El segmento "a", la recta "b", la semirrecta "c" y el vector "u" en una misma gráfica

La figura anterior muestra varios objetos en una misma gráfica, donde cada uno de ellos tiene su correspondiente en la **vista algebraica**.

Actividad 2

1. Graficar el punto $(5;1)$.
2. Introducir un punto desde la entrada algebraica $(3;-2)$.
3. Graficar la recta que pasa por los puntos anteriores.
4. Graficar un segmento oblicuo a los ejes que tenga longitud mayor a 2.
5. Graficar una semirrecta paralela a la recta anterior.
6. Graficar un vector con origen en el origen y coordenadas negativas.
7. Seleccionar el punto $(5;1)$ y desplazarlo a las coordenadas $(-1;5)$.
8. Mover los puntos de la semirrecta para que su posición sea ahora perpendicular a la recta.
9. Intentar mover el origen del vector. ¿Qué es lo que sucede? ¿Por qué?

Nota: Siempre es bueno investigar por cuenta propia, eso implica en el mejor de los casos resolver problemas y adquirir nuevos conocimientos a través de la prueba y el error. Si la actividad 2 resultó sencilla, entonces esta nota es una invitación para que experimenten combinaciones de las herramientas vistas. ¿Es posible graficar un triángulo? ¿Un cuadrado? ¿Dos rectas perpendiculares? ¿Un ángulo?

• Polígonos

La herramienta **polígono** servirá para realizar polígonos con área incluida. Es necesario hacer coincidir el primer punto con el último:

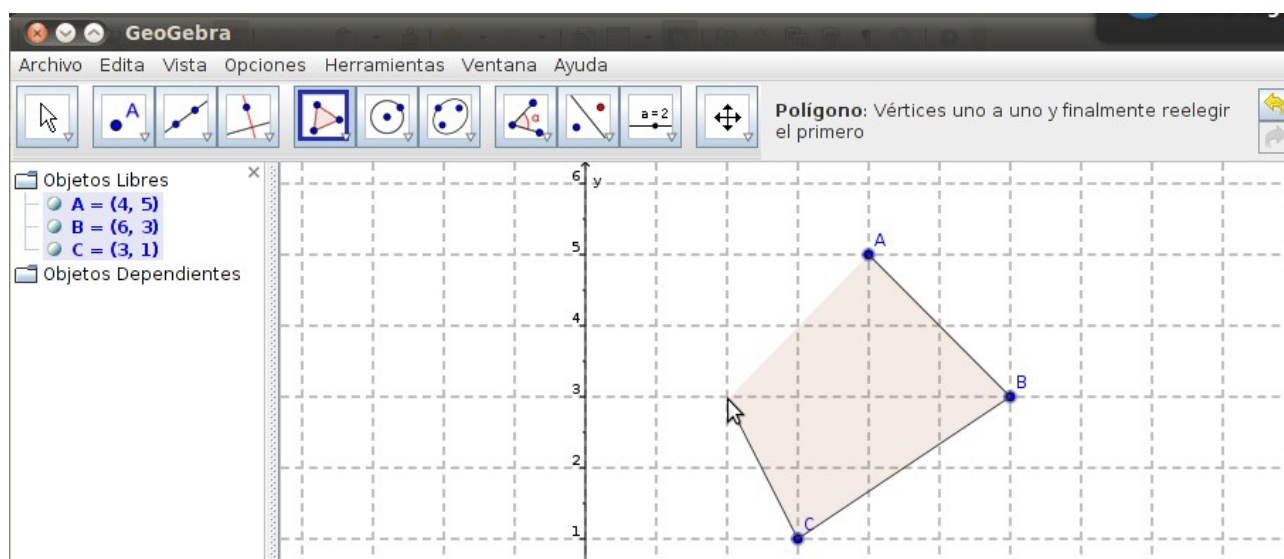


Imagen 15: Polígono; el último punto debe coincidir con el primero (en construcción)

Como su nombre lo indica, la herramienta **polígono regular** creará un polígono de “n” lados iguales y ángulos congruentes. Al hacer clic en esta herramienta nos solicitará que marquemos dos puntos que determinarán el primer lado, y luego tendremos que ingresar la cantidad de lados de queremos. GeoGebra graficará automáticamente el polígono completando el polígono en sentido antihorario respecto de la orientación del lado graficado. El ejemplo muestra un pentágono cuyo lado inicial es el segmento \overline{AB} :

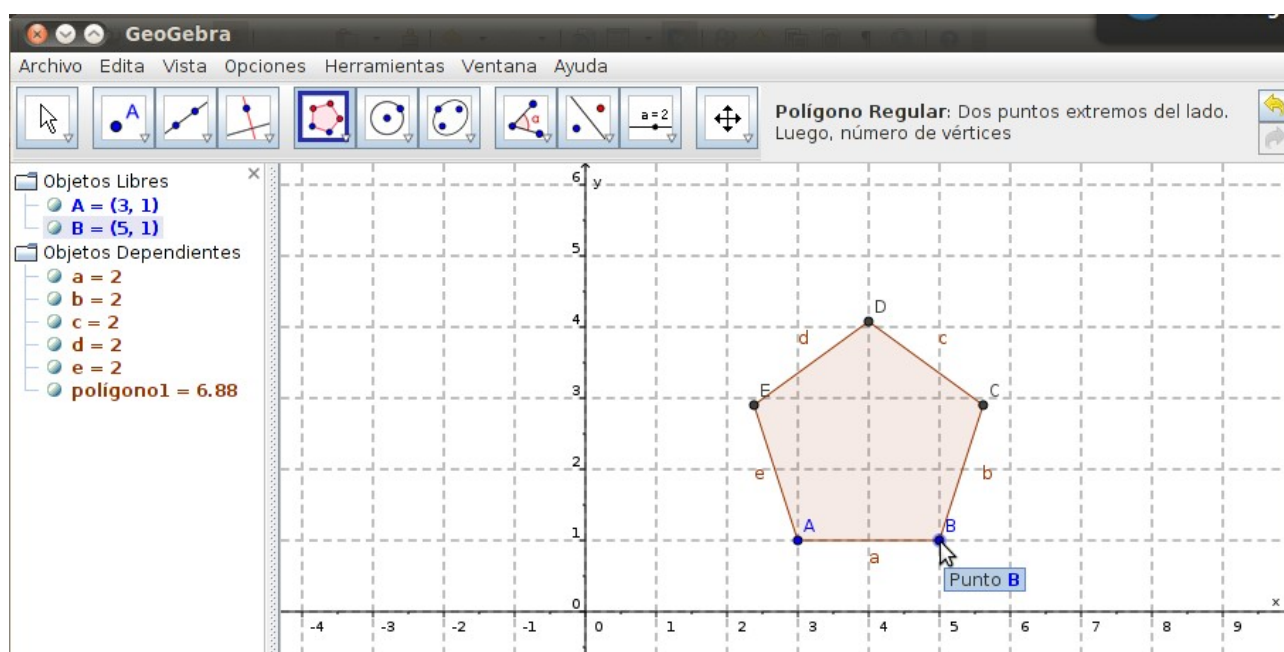


Imagen 16: Polígono regular, Los puntos C D y E son objetos de pendientes de A y B

Nota: Al dibujar un polígono, GeoGebra rellenará su interior con un color semitransparente e inmediatamente aparecerá el valor de su área junto a su nombre en el panel algebraico.

- **Circunferencia**

Existen varias formas de ingresar una **circunferencia**. Esto es así porque para ciertas construcciones necesitamos diferentes datos. Veremos a continuación algunas de las herramientas que ofrece GeoGebra.

Construcción de una circunferencia dados su centro y un punto perteneciente a la misma: Marcamos el punto central y luego un punto por el que pasará la circunferencia.

Construcción de una **circunferencia dados su centro y su radio**: Marcamos el punto central y luego ingresamos el valor del radio en el cuadro emergente.

Construcción de una **circunferencia dados tres de sus puntos**: Solo tendremos que marcar los tres puntos por los que sabemos pasará la circunferencia.

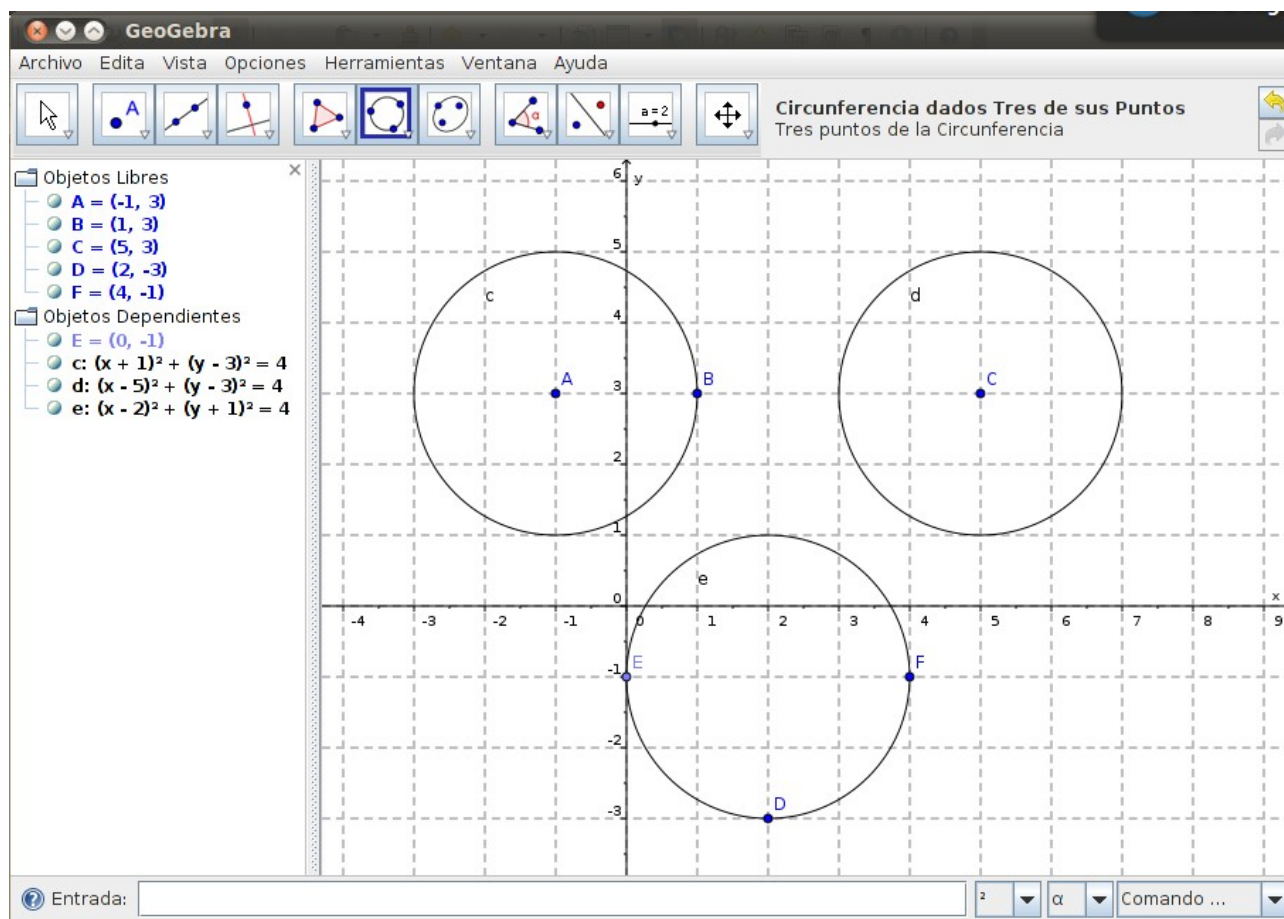


Imagen 17: Circunferencias, tres tipos: "centro-punto", "centro-radio" y "tres puntos"

Nota: Es posible graficar arcos de circunferencias como también otras cónicas, y para eso existen varias opciones, pero por el momento solamente nos enfocaremos en lo más básico.

• Ángulos

Es sencillo dibujar **ángulos** en GeoGebra. La primer opción que tenemos es marcar tres puntos que corresponderán al siguiente contexto: **extremo-vértice-extremo**. Es muy importante destacar que el sentido de medición de ángulos es, por defecto, antihorario y además su valor estará expresado en grados sexagesimales exclusivamente (sin minutos ni segundos pero con parte decimal).

La segunda opción es el ángulo dado un **punto lateral, el vértice y la amplitud** del mismo (aquí tendremos la opción de elegir el sentido de giro horario o antihorario). Esta vez la amplitud podrá ser ingresada

mediante el grados sexagesimales o en radianes (siempre y cuando anotemos “pi” o “ π ” en lugar de “°”)

Un pequeño detalle a tener en cuenta es que el ángulo que grafiquemos carece completamente de lados visibles.

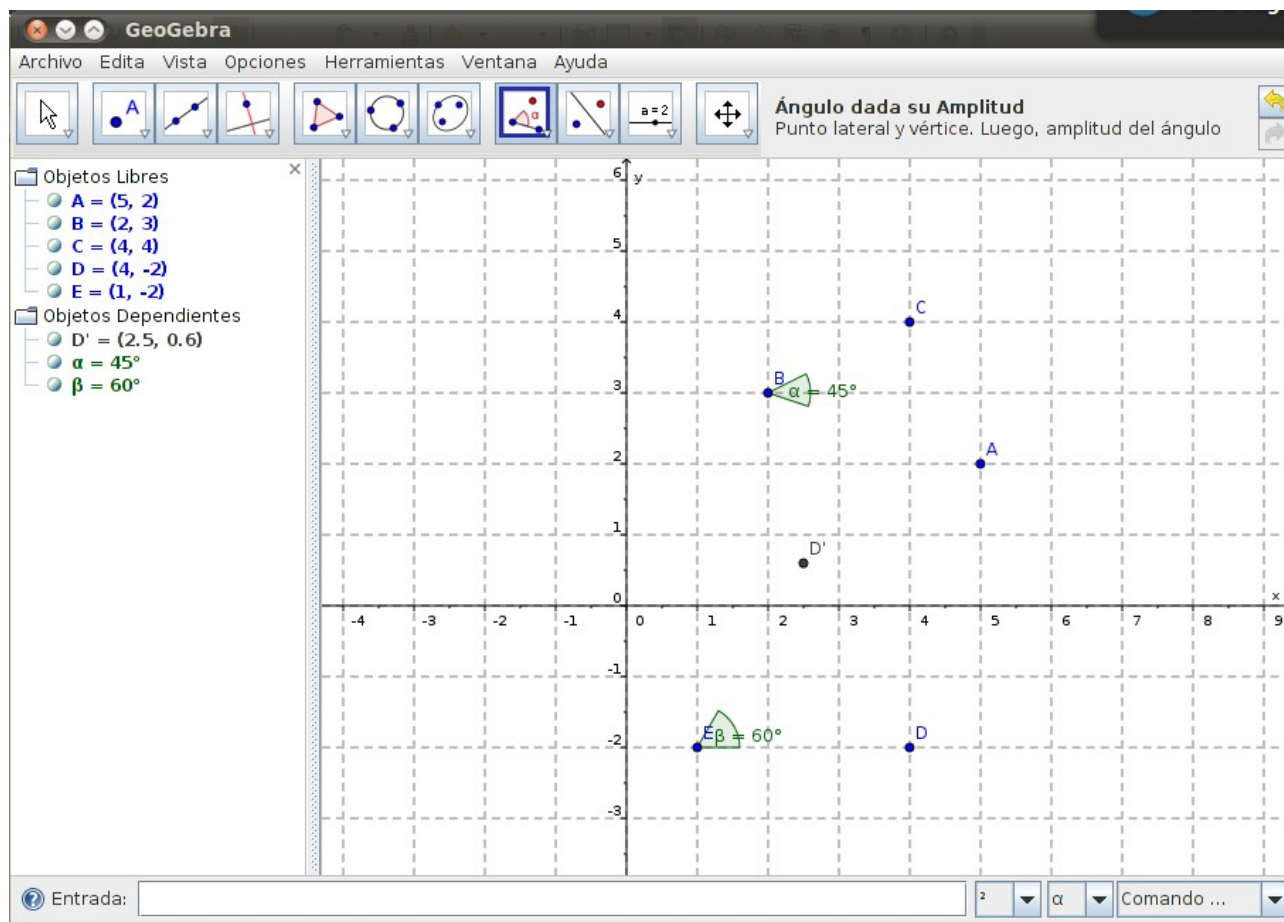


Imagen 18: Ángulos, dos ejemplos: "extremo-vértice-extremo" y "extremo-vértice-amplitud"

Actividad 3

1. Graficar un triángulo escaleno.
2. Graficar un triángulo isósceles.
3. Graficar un polígono irregular de 7 lados.
4. Graficar un pentágono regular de lado 3.
5. Graficar un triángulo equilátero.
6. Medir un ángulo interior del pentágono graficado.
7. Medir un ángulo interior del heptágono graficado anteriormente.
8. Graficar un cuadrilátero en el cual uno de sus lados mida $\pi/6$ radianes.
9. Practicar transformar y mover las figuras anteriores hacia otras formas y posiciones.

Capítulo 4 | Rectas dependientes

GeoGebra permite realizar construcciones dependientes de otras, como por ejemplo rectas paralelas y perpendiculares, mediatrices, bisectrices y rectas tangentes. Veremos a continuación algunas de ellas.

• Rectas paralelas y perpendiculares

Para comenzar necesitaremos graficar una recta que pase por dos puntos (por ejemplo A y B). A continuación seleccionamos la herramienta **recta paralela**, luego hacemos clic en la recta anterior y en un punto exterior a ella (al revés también funciona):

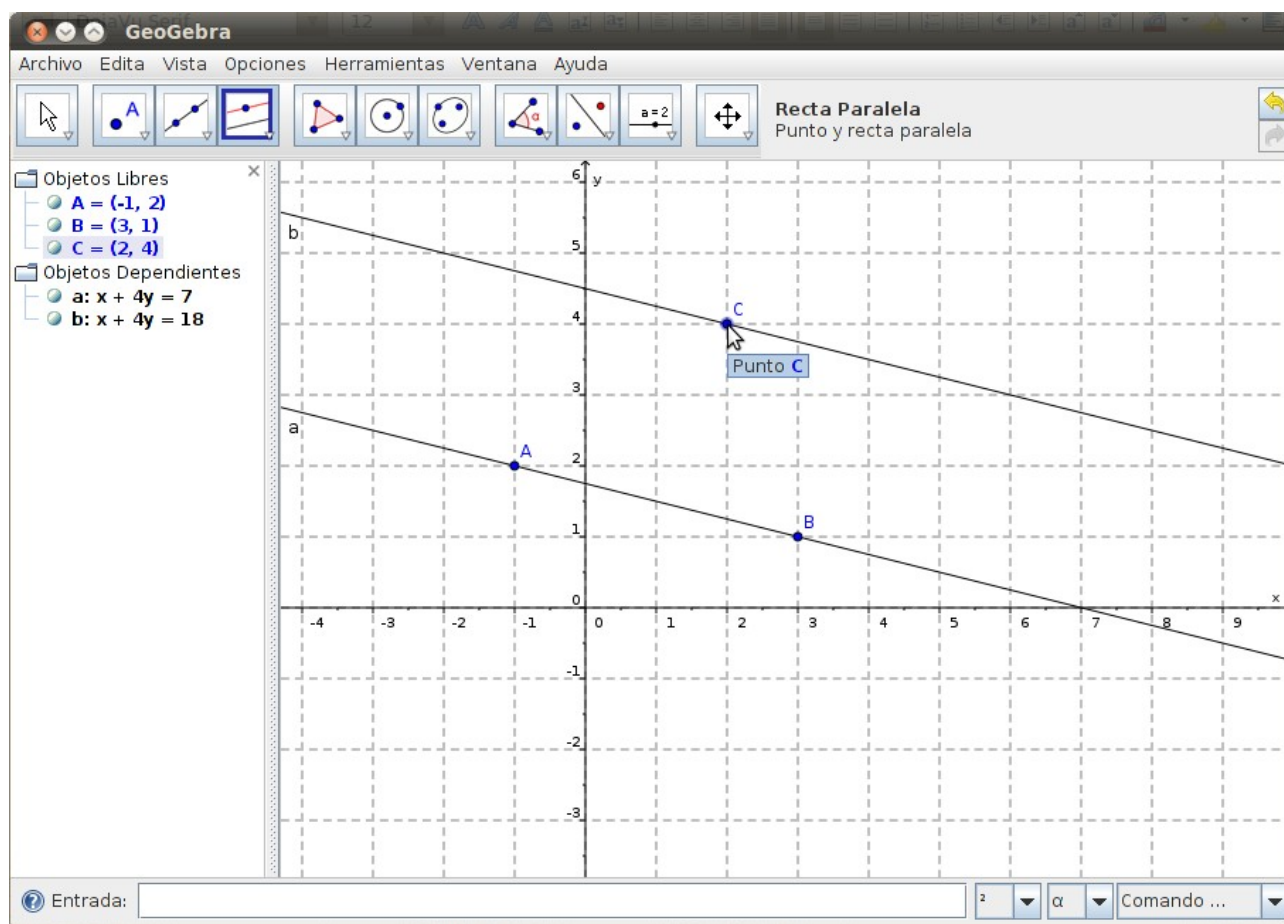


Imagen 19: Rectas paralelas, la recta "b" es paralela a la recta "a"

Notemos que así como la recta "a" depende de los puntos "A" y "B", también la recta "b" depende de la recta "a" y del punto "C". En consecuencia al mover los puntos de la recta "a" también se moverá la recta "b", es decir que estas rectas siempre serán paralelas.

La herramienta **recta perpendicular** se utiliza de forma semejante que la anterior con la salvedad que el punto por donde pasará la misma no necesariamente debe ser un punto exterior. Las rectas siempre serán perpendicular, por lo que al cambiar la pendiente de la recta libre también se modificará la pendiente de la nueva recta creada.

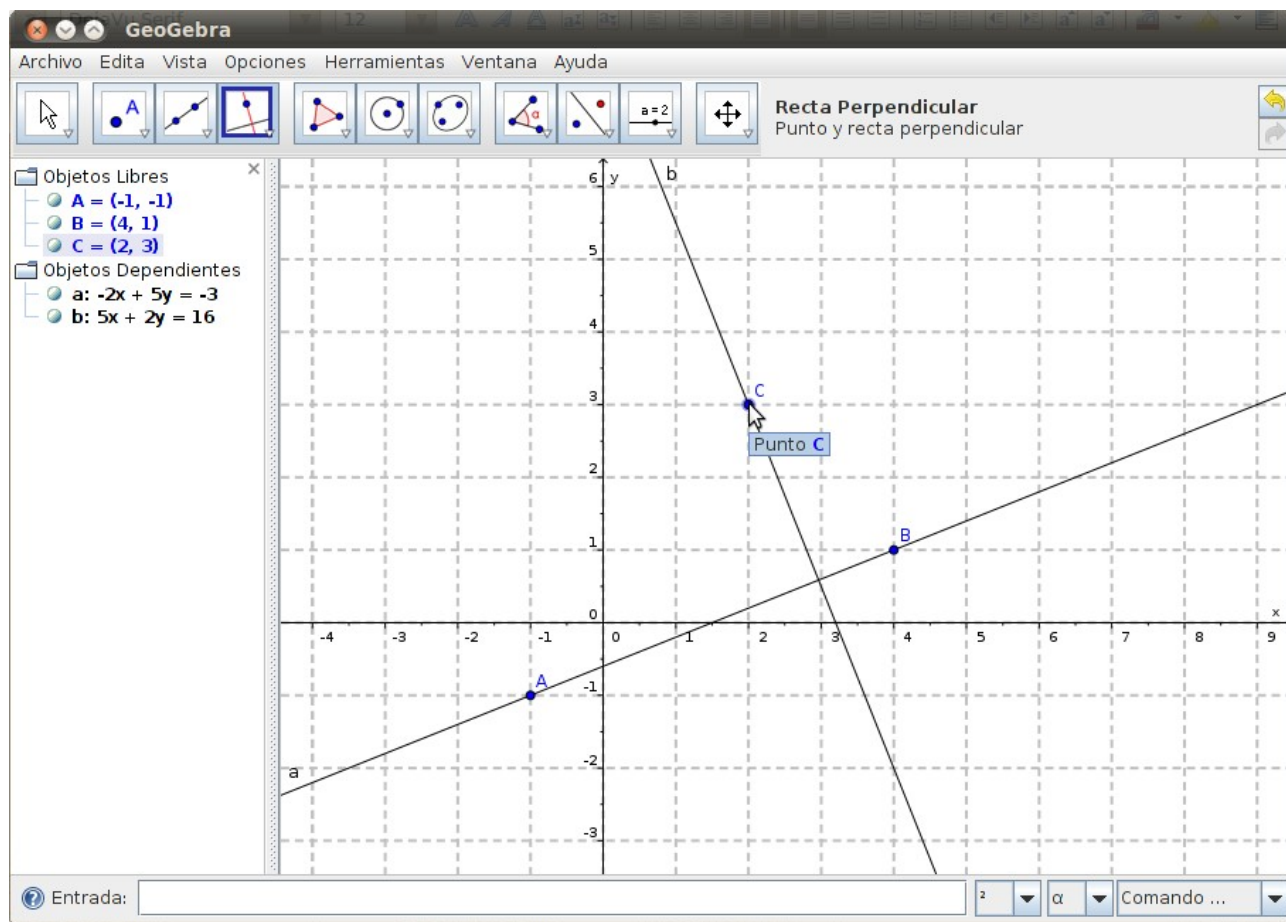


Imagen 20: Rectas perpendiculares; Las rectas "a" y "b" son perpendiculares

- **Mediatrices**

La forma más directa de generar mediatrices en GeoGebra es utilizando la herramienta **mediatriz**. Para generarla solo tenemos que indicar cuáles son los puntos extremos del segmento (nótese que solo es necesario tener los dos puntos extremos para que GeoGebra genere el punto medio entre ellos, por lo que a veces podremos prescindir del segmento en sí). Otra forma de obtener la mediatriz es trazando la recta perpendicular que pasa por el punto medio del segmento, por lo que necesitaremos de las herramientas **punto medio** y **recta perpendicular**.

Las mediatrices también son objetos dependientes, por lo tanto su posición y existencia dependerá de los dos puntos seleccionados.

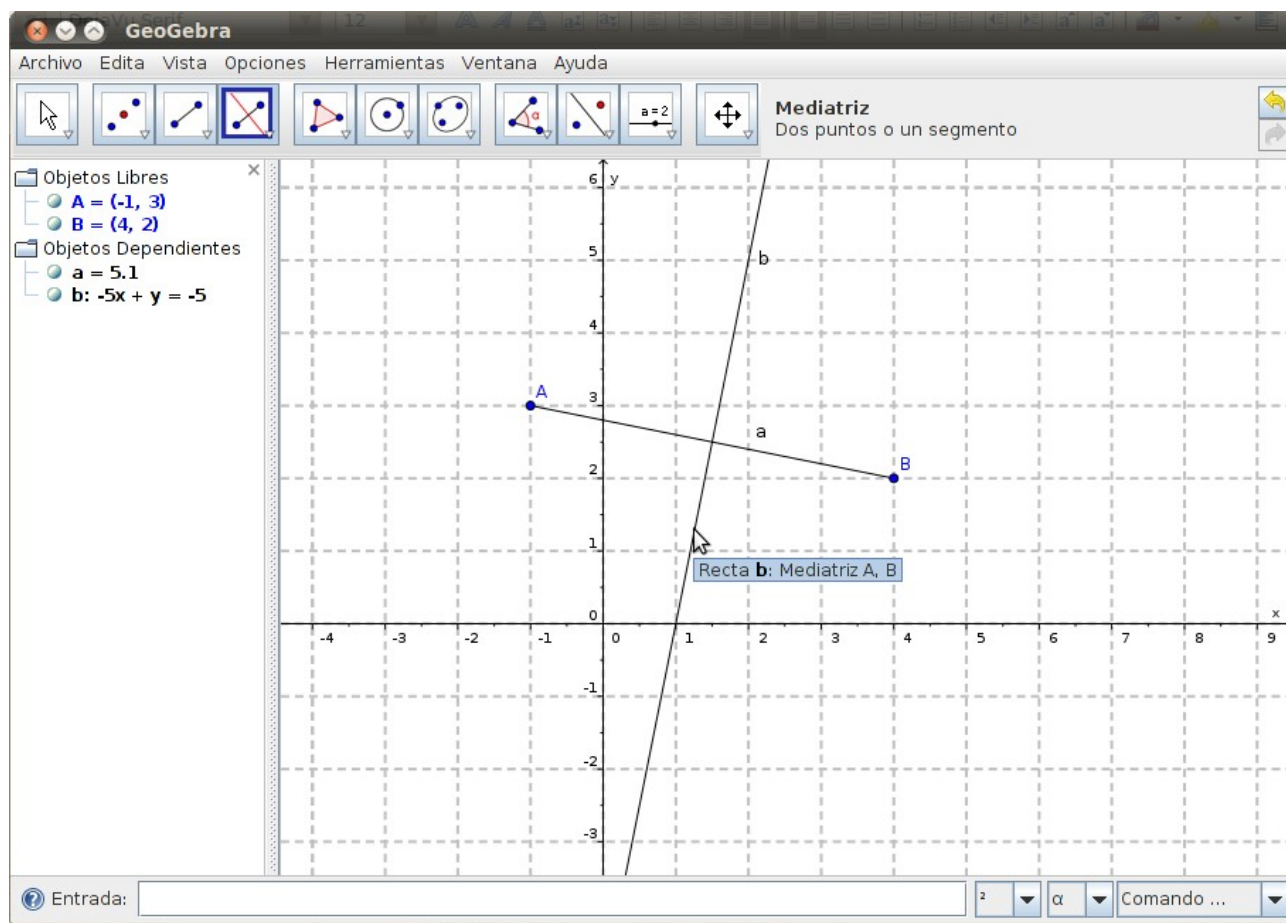


Imagen 21: Mediatriz; La recta "b" es mediatriz del segmento "a" (AB)

• Bisectriz

Esta herramienta puede utilizarse sin necesidad de tener un objeto ángulo presente en el dibujo, ya que el programa nos pedirá tres puntos o dos rectas para poder trazar la **bisectriz**. Si seleccionamos tres puntos se generará automáticamente la recta bisectriz del ángulo que forman estos tres puntos (extremo-vértice-extremo). En cambio si seleccionamos dos rectas, GeoGebra se encargará de trazar las bisectrices de los cuatro ángulos que generan las mismas (aparecerán dos rectas bisectrices perpendiculares entre sí).

Mover alguno de los puntos o rectas implica mover las bisectrices, ya las segundas son objetos dependientes de los primeros.

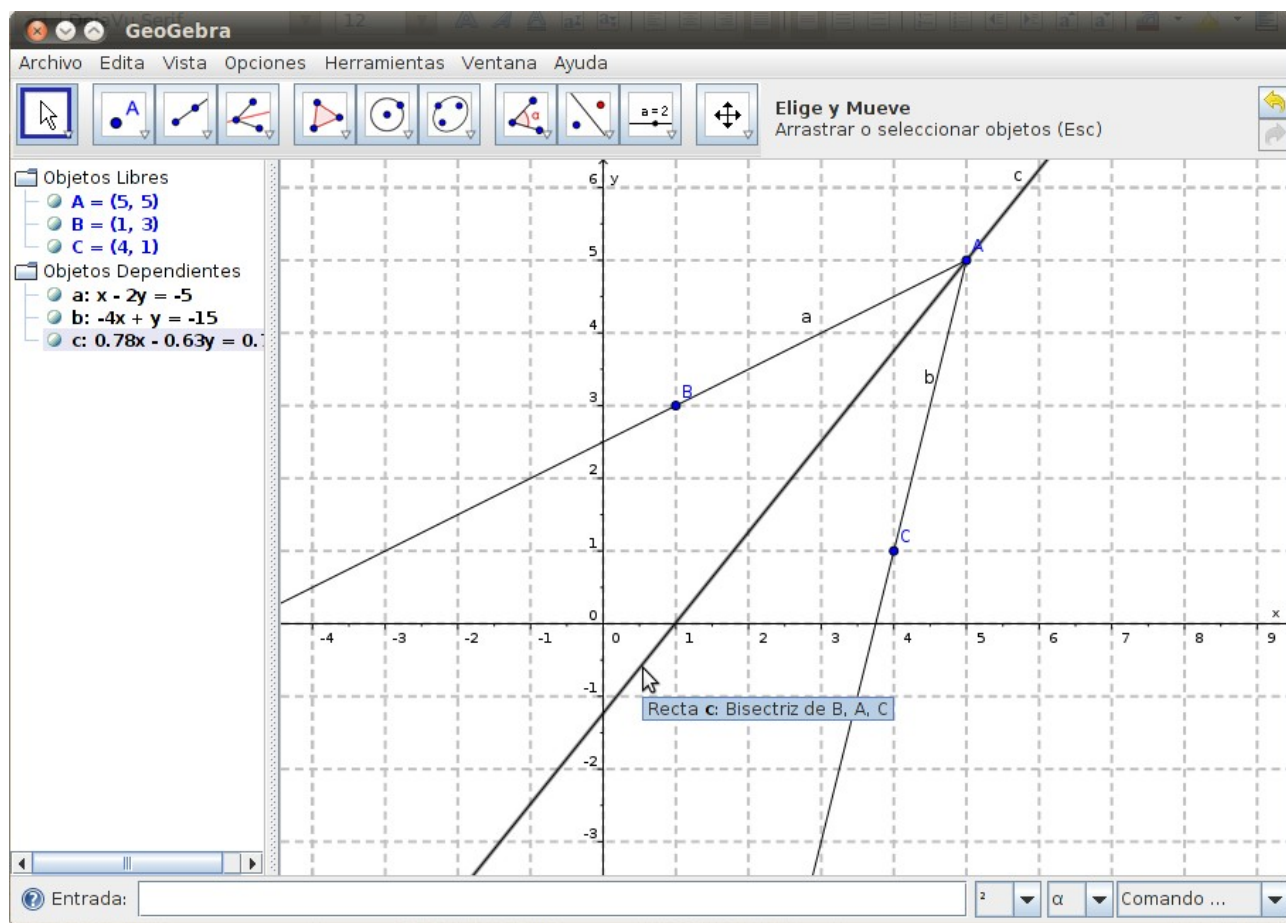


Imagen 22: Bisectriz; La recta "c" es bisectriz del ángulo formado por las semirrectas "a" y "b"

• Rectas tangentes

GeoGebra nos pedirá un punto por donde pasará la recta tangente y luego una circunferencia, cónica o función (de ser necesario graficará tantas rectas tangentes como sean posibles). Aquí presentamos el caso de la recta que pasa por un punto y es tangente a una circunferencia (en realidad serán dos rectas). Primero seleccionamos el punto por donde pasará y luego la circunferencia (que obviamente debe ser preexistente).

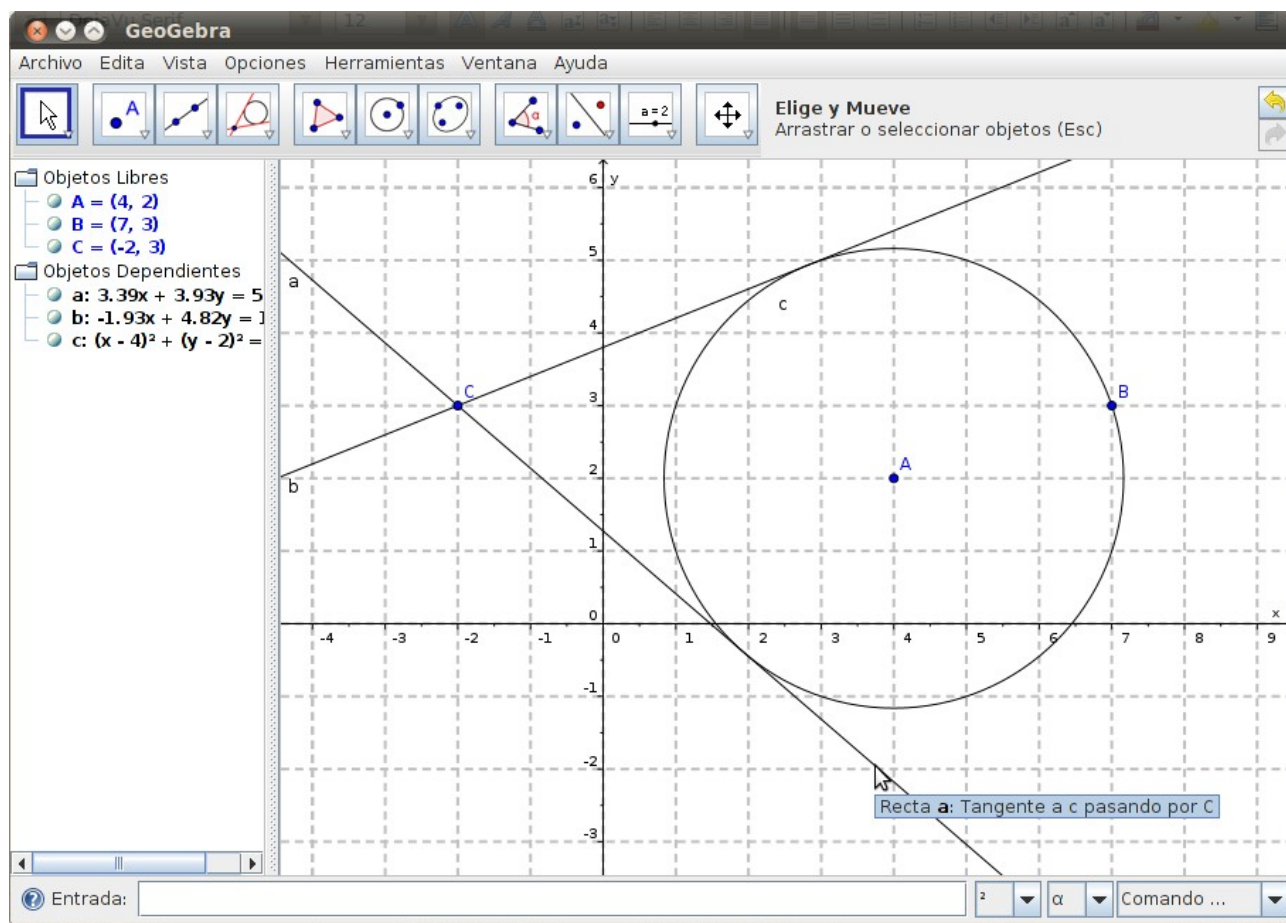


Imagen 23: Rectas Tangentes; Las rectas "a" y "b" son tangentes a la circunferencia "c"

Nota: Es posible realizar **entradas algebraicas** para graficar estas rectas, aunque no es aconsejable a esta altura del curso. De igual forma, para aquellos que deseen incursionar con la barra de entrada diremos que al comenzar a escribir, por ejemplo, la palabra **mediatriz** el programa mismo intentará autocompletar el comando. Si no respetamos la sintaxis propia del programa aparecerá automáticamente un cartel de error que nos ayudará a entender qué se espera que el usuario introduzca en la barra de entrada.



Imagen 24: Barra de entrada; Es necesario haber graficado el segmento "a" para que funcione

Actividad 4

Nota: Para limpiar el dibujo de todos sus objetos deberemos abrir un nuevo archivo o sino mediante la combinación de teclas "Ctrl-A" (se seleccionará todo) presionando luego la tecla "Supr" (o "Del").

1. Graficar la recta "a" que pasa por los puntos $A(1;1)$ y $B(3;-1)$, luego trazar la recta "b" paralela a ella que pasa por el punto $C(4;2)$.
2. Trazar la recta "c" que pasa por los puntos "B" y "C". Luego trazar la recta "d" perpendicular a "c" que pasa por el punto "A".
3. Desplazar el punto "A" a las coordenadas $(1;5)$. Desplazar el punto "B" a las coordenadas $(-2;2)$. Por último mover el punto "C" al lugar $(2;2)$.
4. Limpiar la gráfica. Graficar el segmento "a" de extremos $A(-2;1)$ y $B(4;2)$. Tazar la mediatriz del segmento "a". Mover el punto "A" al lugar $(3;5)$.
5. Graficar el punto $C(-1;3)$. Trazar el segmento "c" de extremos "B" y "C" y luego graficar la bisectriz del ángulo $\hat{A}BC$. Mover el punto "C" al lugar $(-1;1)$. Mover el punto "A" al lugar $(3;7)$.
6. Limpiar todos los objetos y graficar la circunferencia de centro $A(1;1)$ y radio 2. Graficar las rectas que pasan por el punto $(6;2)$ y son tangentes a la circunferencia. Mover dicho punto alrededor de la circunferencia y observar qué sucede con las rectas. ¿Qué sucede con las rectas al introducir el punto dentro de la circunferencia?

Capítulo 5 | Transformaciones geométricas

GeoGebra permite realizar algunas transformaciones geométricas como reflexiones, rotaciones, traslaciones y homotecias de objetos. Sin entrar en mayores detalles daremos algunas breves descripciones de las herramientas más utilizadas.

- **Reflexión axial**

Esta herramienta servirá para realizar una simetría axial de cualquier objeto. Como ejemplo graficaremos un triángulo (polígono1) y una recta (d). A continuación hacemos clic en la herramienta **“Refleja objeto en Recta”** y luego seleccionamos el triángulo. Con esto el programa generará automáticamente un triángulo simétrico respecto de la recta. Aclaración: debemos estar seguros de seleccionar sobre el área del polígono, porque de lo contrario solo se reflejará el objeto seleccionado.

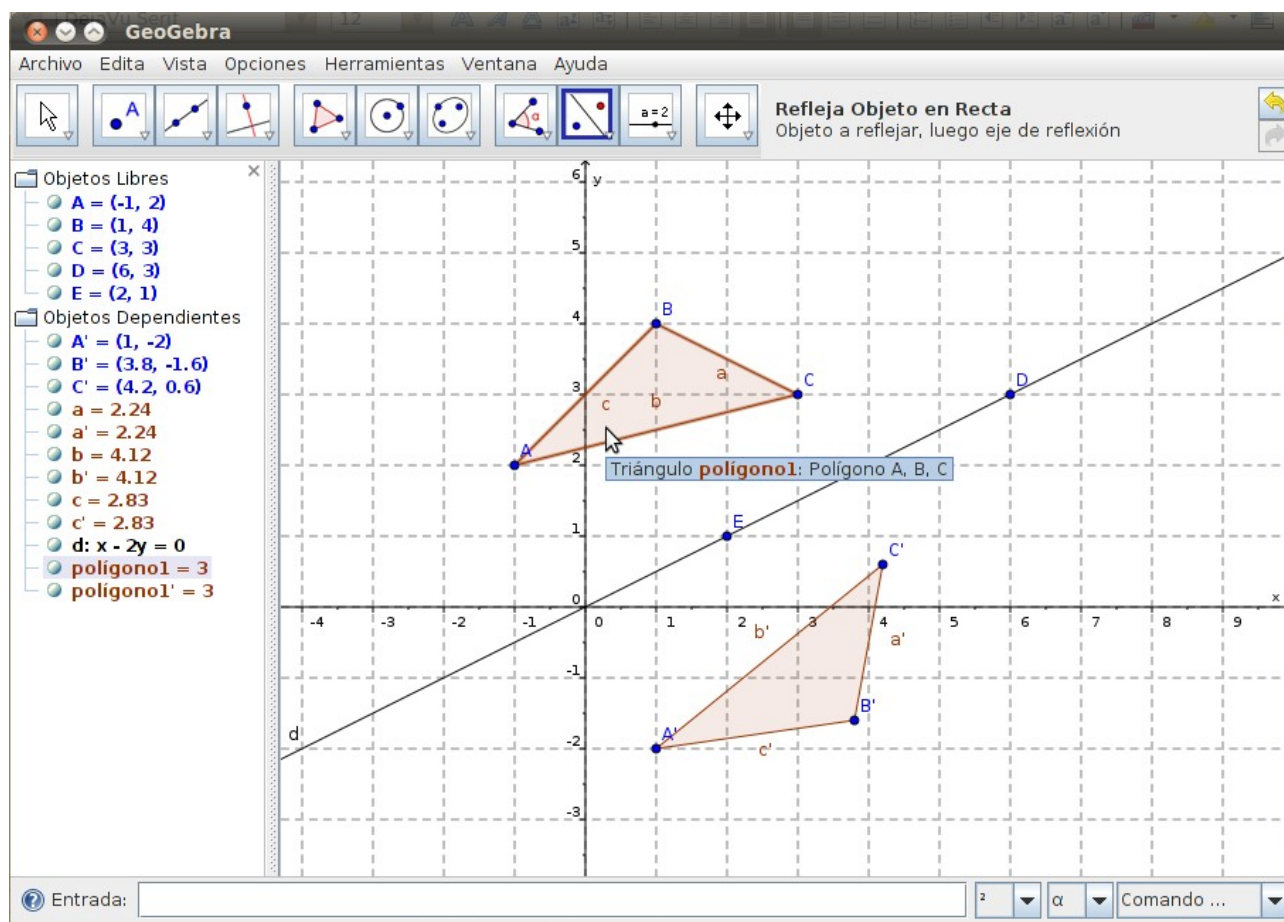


Imagen 25: Simetría axial; Los polígonos 1 y 1' son simétricos respecto a la recta "d"

Nótese que esta herramienta no solo genera la simetría del objeto en cuestión (en nuestro caso un triángulo), también lo hace con sus partes

nombrándolos con la misma denominación y un tilde adicional, por ejemplo $A \rightarrow A'$ o $poligono1 \rightarrow poligono1'$. Además, y como es de esperar, del objeto original depende su simétrico, por lo tanto al modificar el primero también lo hará el segundo. Es interesante experimentar con la recta de simetría, cambiar su pendiente o su posición. Esto es lo que hace de GeoGebra una excelente herramienta dinámica de construcciones geométricas.

• Reflexión central

La herramienta **“Refleja objeto por Punto”** es similar a la anterior pero, desde luego, necesitaremos un punto en lugar de una recta. Esta reflexión aplica una transformación de cada punto del objeto en su simétrico respecto de un punto central o lo que es equivalente a una rotación de medio giro del objeto en torno a un punto. Tomemos en este caso un cuadrilátero (polígono1) y el punto “E”. Para aplicar esta transformación el programa pedirá que seleccionemos primeramente el objeto y luego el punto de reflexión.

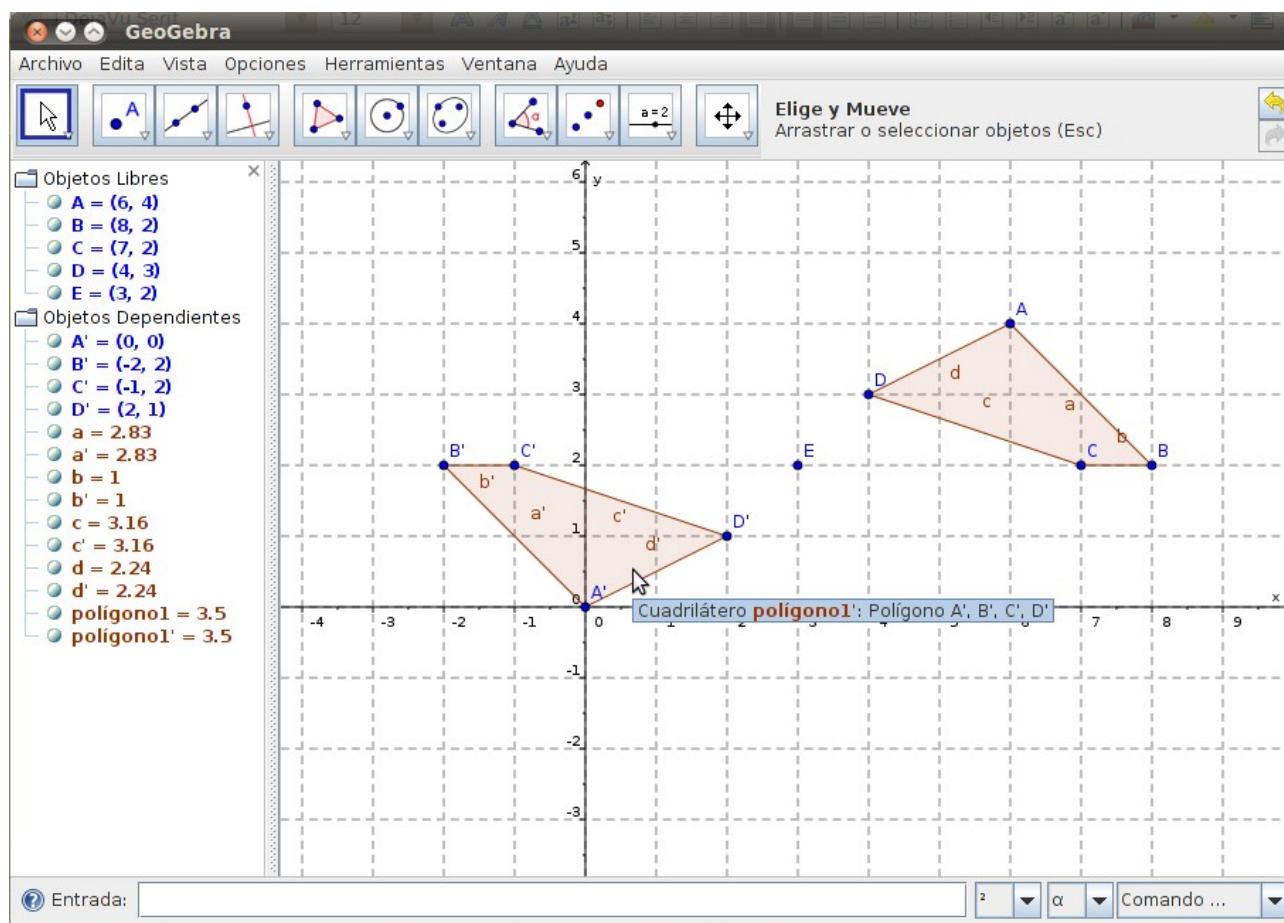


Imagen 26: Reflexión central; Los polígonos 1 y 1' presentan una reflexión central respecto de "E"

- **Rotación**

La rotación es una transformación de un objeto respecto de un punto y un ángulo. Esta herramienta solicitará que seleccionemos en primer lugar el objeto a transformar, luego el punto de rotación y finalmente el ángulo (en grados sexagesimales o en radianes) en sentido horario o antihorario.

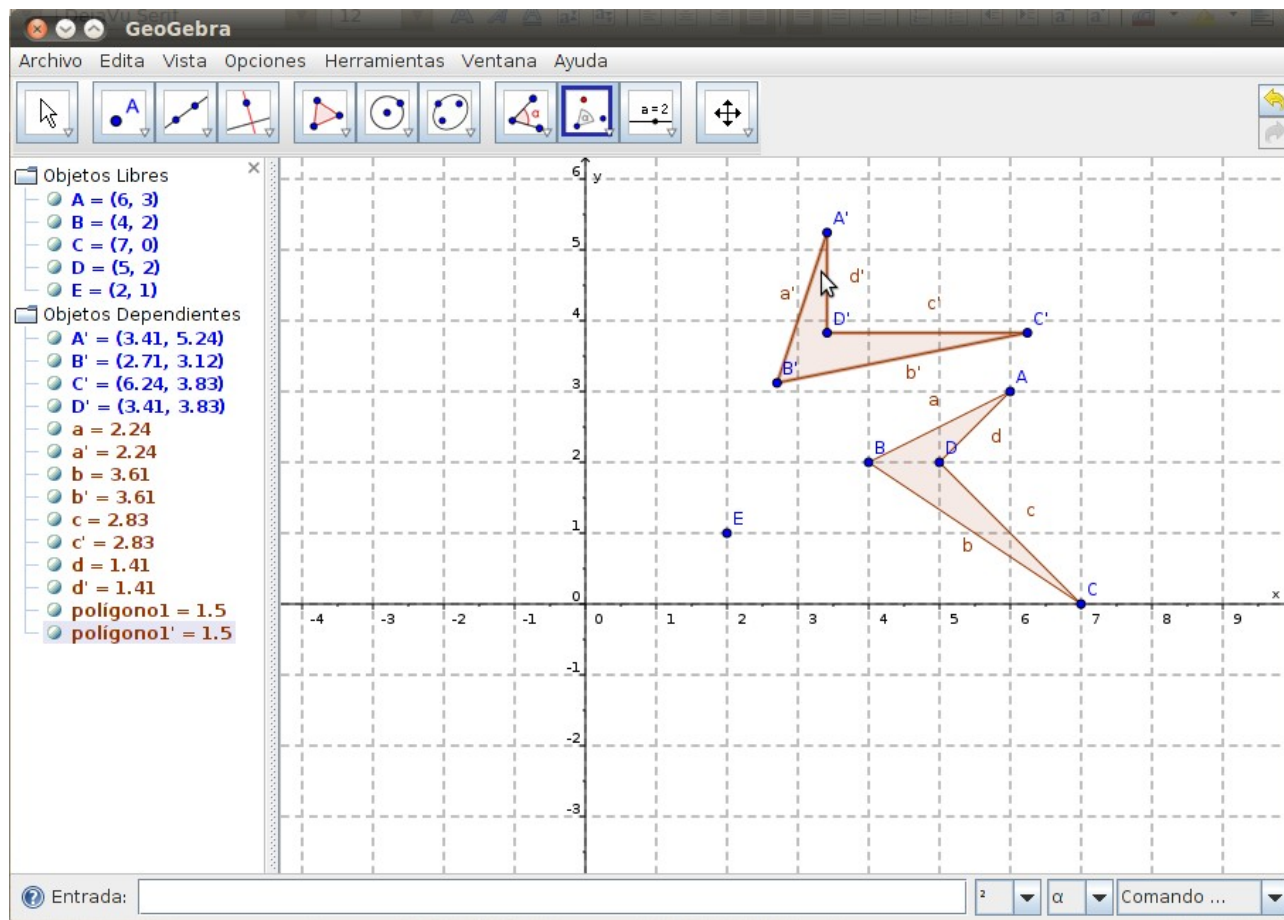


Imagen 25: Rotación; Las dos figuras presentan una rotación de 45° respecto del punto "E"

- **Traslación**

Para realizar traslaciones de objetos necesitaremos de un vector que determinará la dirección, sentido y magnitud de la aplicación. La herramienta **“Traslada objeto por vector”** pedirá que seleccionemos el objeto a trasladar y luego un vector. El nuevo objeto será dependiente del objeto original y del vector.

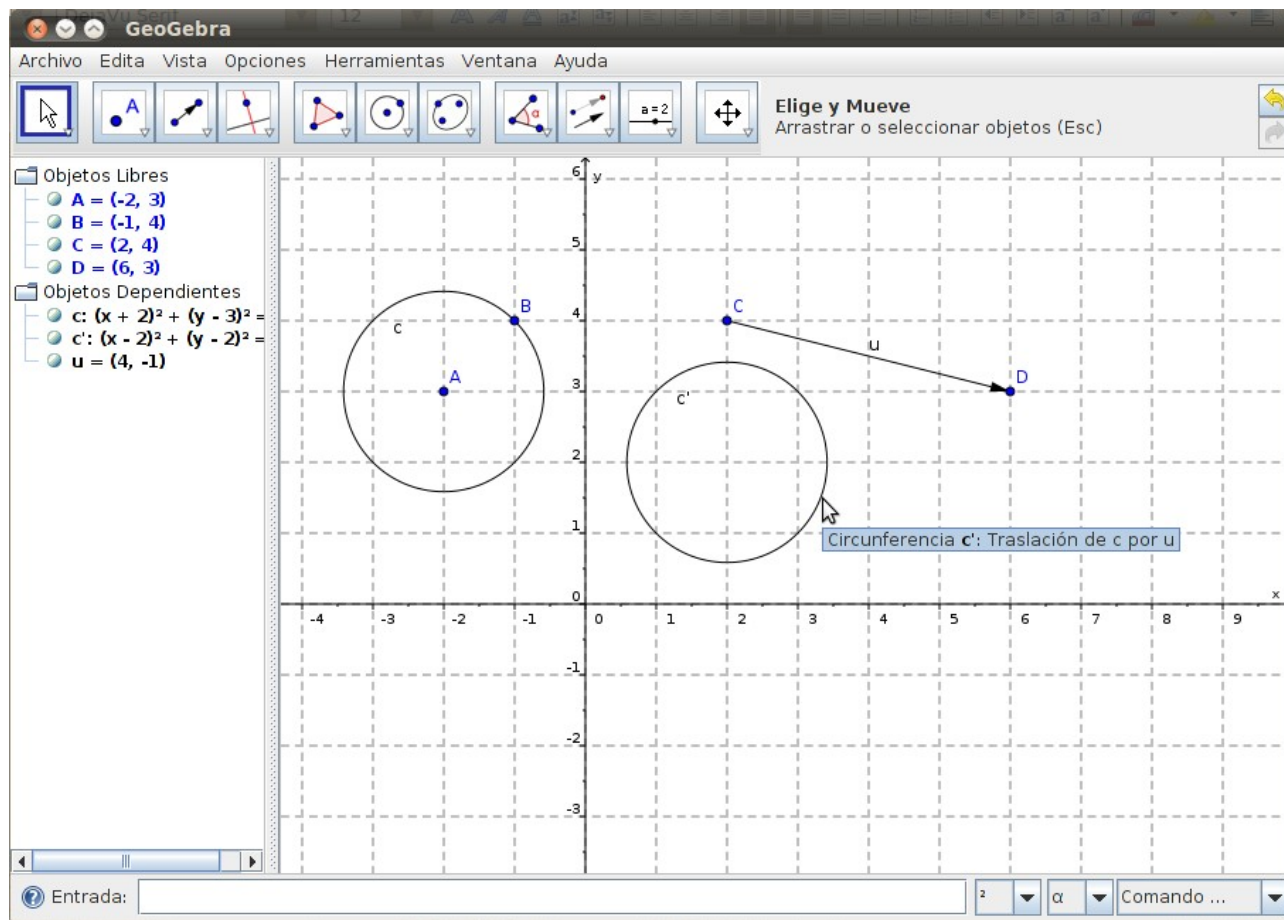


Imagen 26: Traslación; La circunferencia c' es la aplicación de "c" por el vector "u"

- **Homotecias**

Esta herramienta permitirá realizar una **homotecia** de centro "P" y factor "k" de un objeto cualquiera. El programa solicitará seleccionar en el siguiente orden, el objeto, el punto de homotecia y el factor de escala. En el siguiente ejemplo se muestra una **homotecia** con centro en el punto "F" y factor de escala igual a $\frac{1}{2}$.

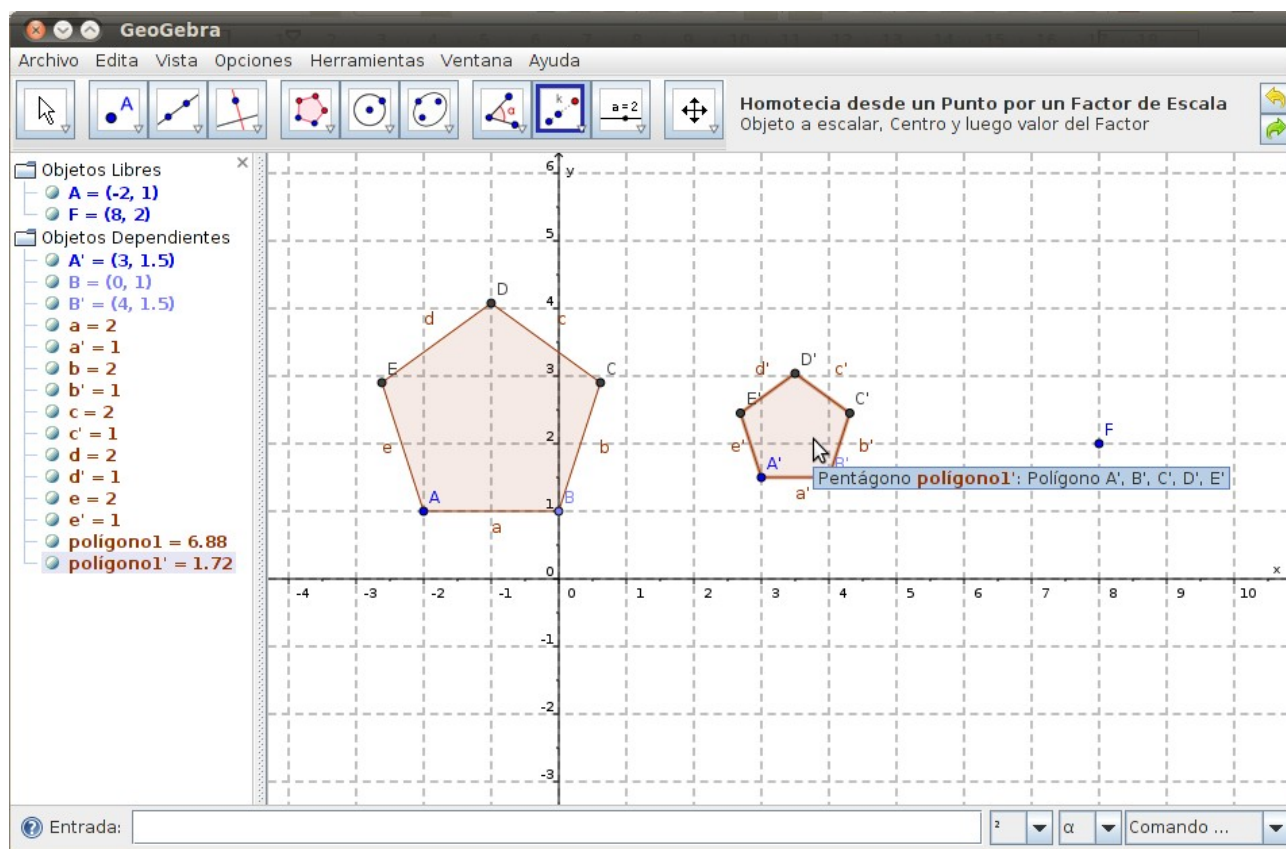


Imagen 27: Homotecia; El factor de homotecia entre los polígonos 1 y 1' es 0,5

Actividad 5

1. Graficar un rectángulo en el primer cuadrante y aplicarle simetría axial respecto del eje de las ordenadas.
2. Graficar una circunferencia en primer cuadrante y aplicarle simetría central respecto del origen de coordenadas.
3. Graficar el triángulo de vértices $(2;1)$, $(4;0)$ y $(5;3)$ y aplicarle la rotación central con centro en el punto $(1;2)$ y ángulo 65° .
4. Aplicar la traslación de vector $\vec{v}=(-3;-1)$ al triángulo anterior.
5. Aplicar homotecia de centro $(1;1)$ y factor $-1,5$ al triángulo anterior.
6. Experimentar con el último gráfico realizado, moviendo los vértices del triángulo original, el punto de simetría central, el vector de traslación y el punto de homotecia.

Capítulo 6 | Funciones y ecuaciones

En este capítulo estudiaremos uno de los puntos fuertes de GeoGebra, que es el trabajo con funciones y ecuaciones. Para ello haremos uso de la **Barra de entrada** que se encuentra en la parte inferior. La sintaxis empleada es muy intuitiva.

Si introducimos la expresión $f(x)=3x-2$ en la barra de entrada (tal cual aparece aquí), el programa respetará la notación funcional (nota: también es posible introducir solamente la expresión $3x-2$). En cambio si anotamos la expresión $y=-x+5$ el programa lo interpretará como una ecuación y le asignará un nombre a la recta que representa. GeoGebra se encargará de nombrar las funciones y ecuaciones en orden y sin repetir, y en el caso de reescribir, por ejemplo $f(x)$ se interpretará como una re-definición de la función anterior, por lo que se reemplazará la recta anterior por la nueva expresión.

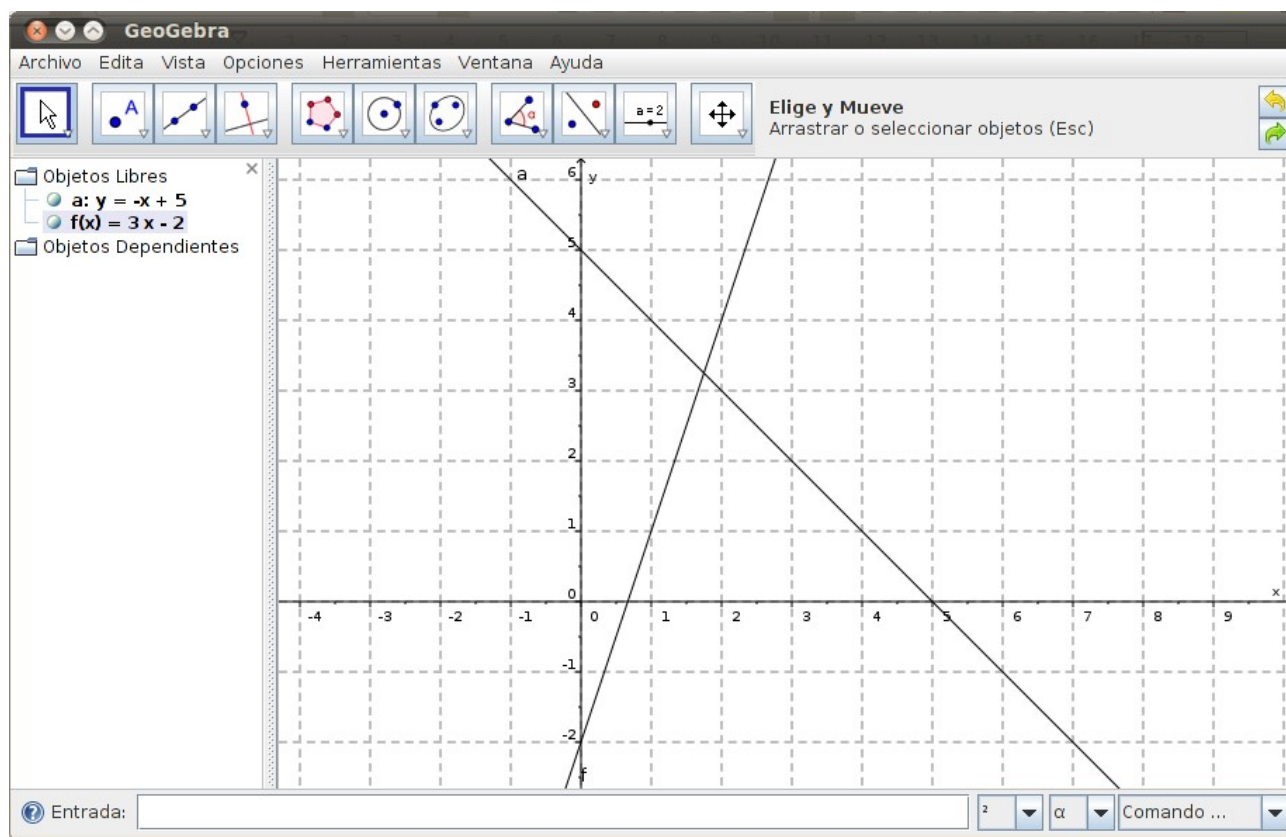


Imagen 27: Funciones y ecuaciones; la función $f(x)$ y la ecuación "a" en una misma gráfica

Recordaremos ahora que este programa tiene un comando para cada herramienta, y que a veces suele ser más práctico introducir dicho comando en la **barra de entrada** en lugar de buscar y presionar sobre el botón apropiado en la **barra de herramientas**. De ser necesario es posible utilizar el asistente de comandos que se encuentra presente en la sección derecha de la **barra de entrada**:

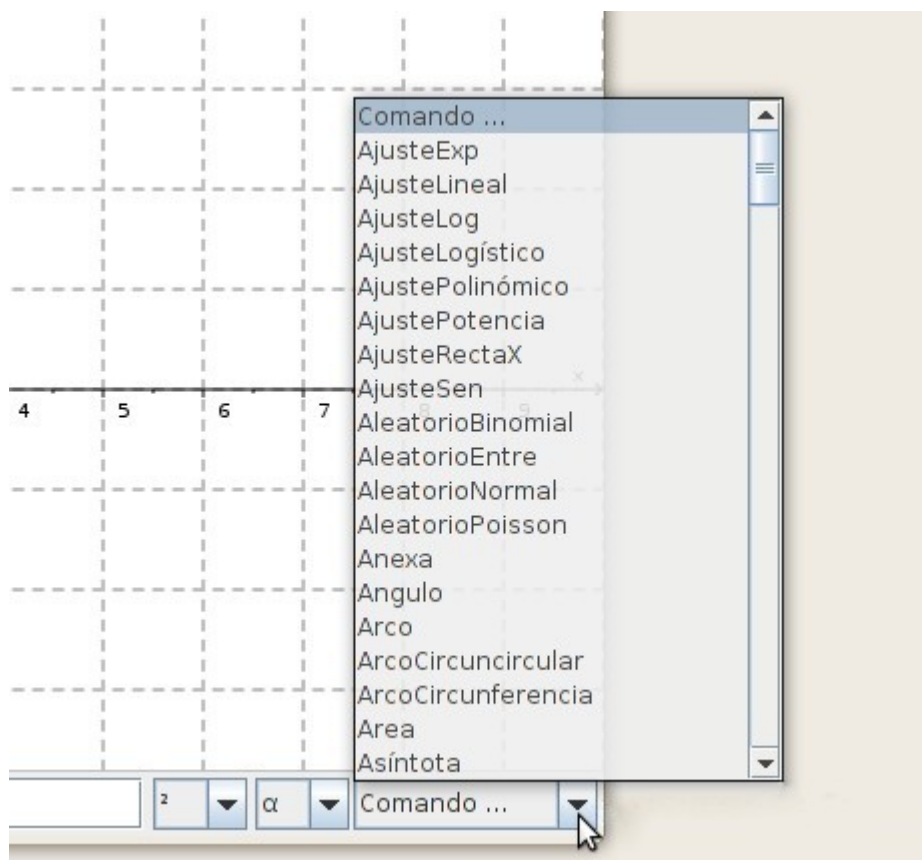


Imagen 28: Comandos; Menú desplegable

- **Funciones y ecuaciones lineales**

Como se ha visto en la introducción de este capítulo, graficar una función es tarea sencilla, solo necesitamos ingresar la expresión matemática de la función en la barra de herramientas y aceptar presionando la tecla “enter” o “intro”. Por ejemplo, para graficar la función $f(x) = \frac{3}{2}x + 2$ hacemos clic en la **barra de entrada**, luego anotamos la expresión “f(x)=3/2x+2” y damos “enter”. Aparecerá la recta en nuestra pantalla.

Entrada: $f(x)=3/4x+2$

Imagen 29: Función lineal; Introducción de la fórmula de la función lineal

Esta misma recta puede ser introducida como ecuación: $y=\frac{3}{4}x+2$. En este caso el programa asociará la primera letra del abecedario disponible en el dibujo para nombrarla. Obviamente la gráfica será la misma.

Entrada: $y=3/4x+2$

• Funciones y ecuaciones cuadráticas

Este apartado es similar al anterior con la única diferencia que para introducir términos cuadráticos (y exponentes en general) GeoGebra tiene un asistente a la derecha de la **barra de entrada** que contiene constantes, símbolos, operaciones y funciones matemáticas elementales.

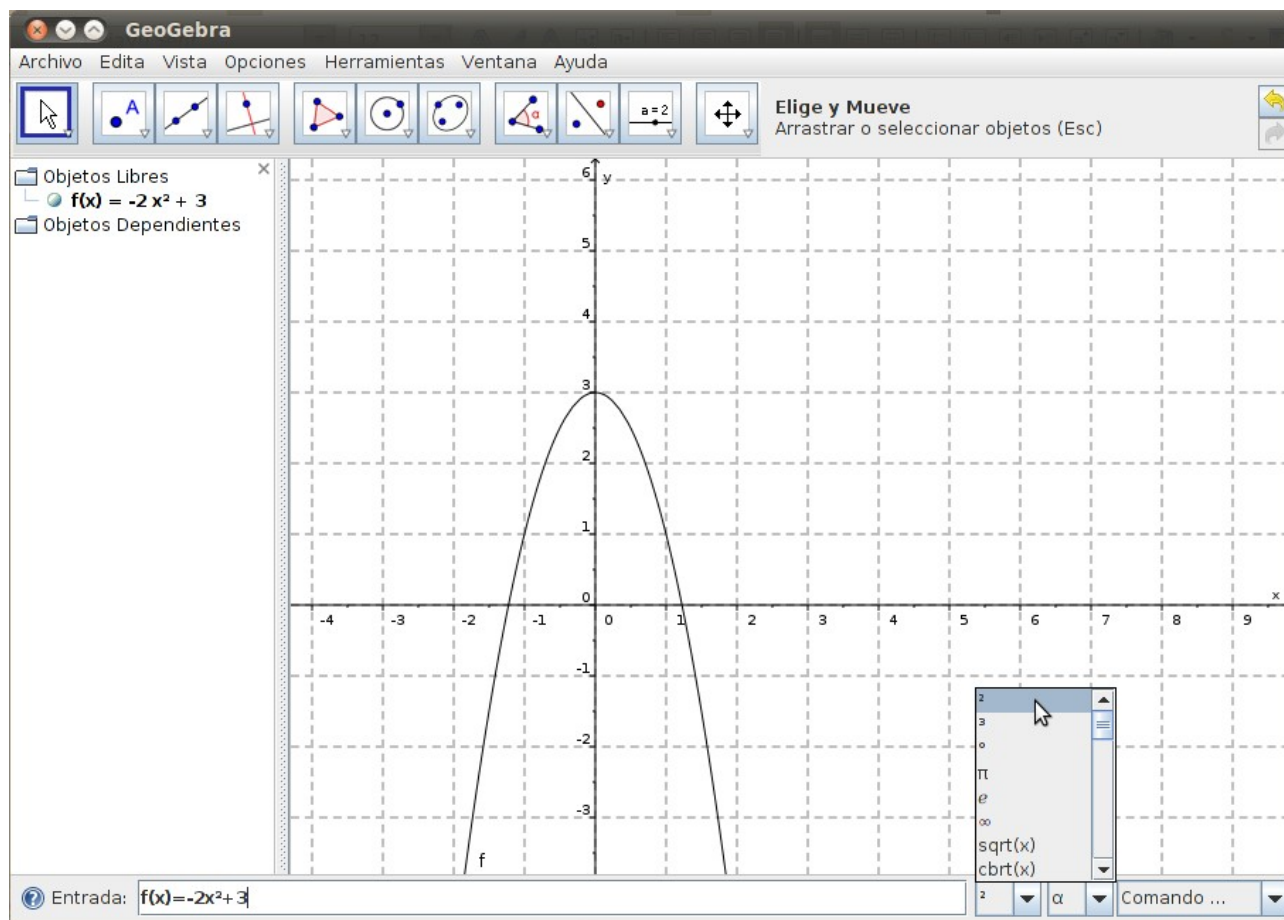


Imagen 30: Función cuadrática; El asistente ofrece el exponente cuadrático

En este asistente encontraremos una ayuda muy importante pero a veces conviene recurrir a los atajos que nos ofrece el teclado. Para introducir exponentes el teclado posee la tecla del **acento circunflejo** (^) que se utiliza de igual forma que en las calculadoras científicas. Por ejemplo la función de la gráfica anterior se debe introducir en la barra de entrada de la siguiente manera: $f(x) = -2x^2$ (en general hay presionar la combinación "shift" + "^" y luego la barra espaciadora para que aparezca en pantalla el acento circunflejo).

Así como GeoGebra puede trabajar con entradas polinómicas también es capaz de entender otro tipo de expresiones, como las formas factorizadas o canónicas:

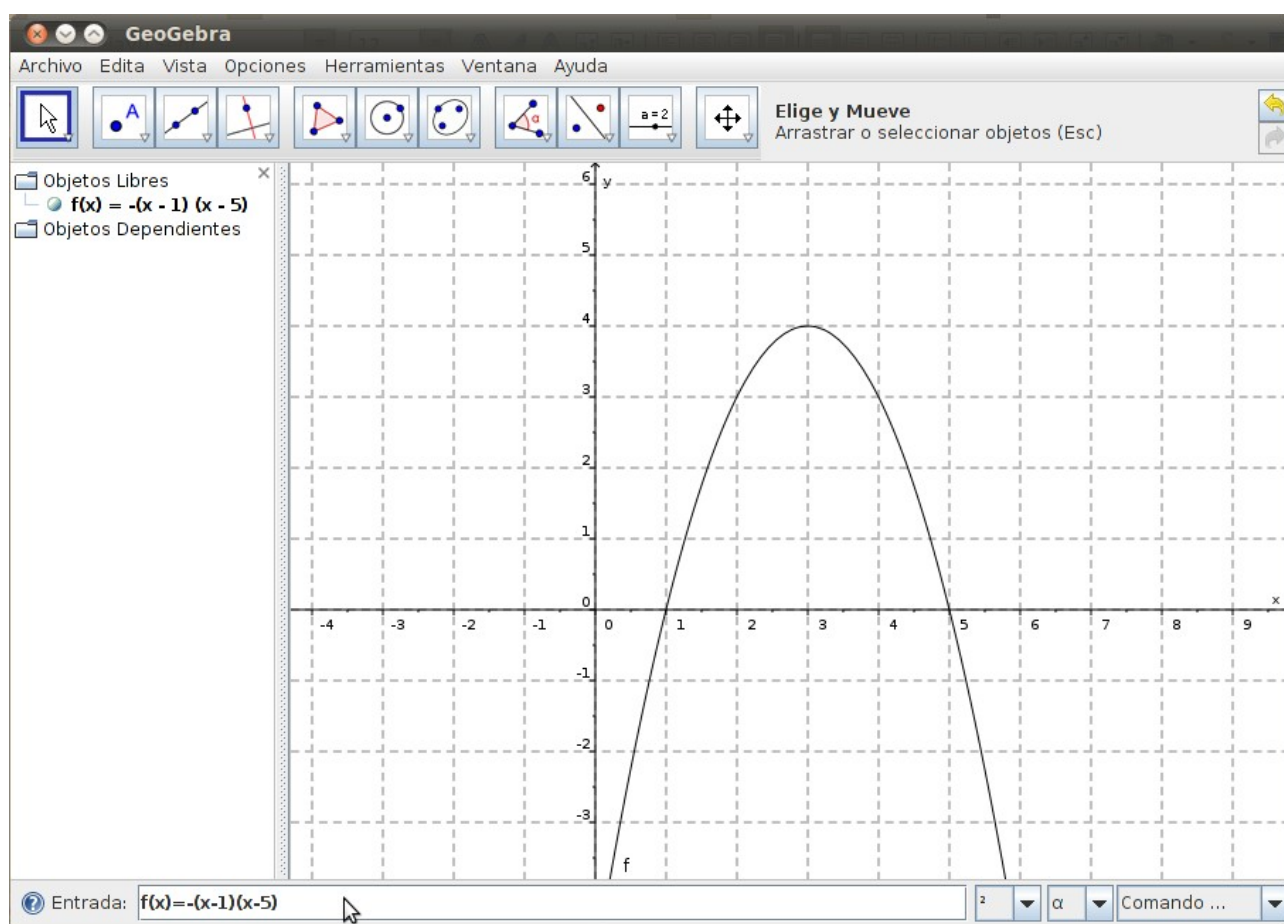
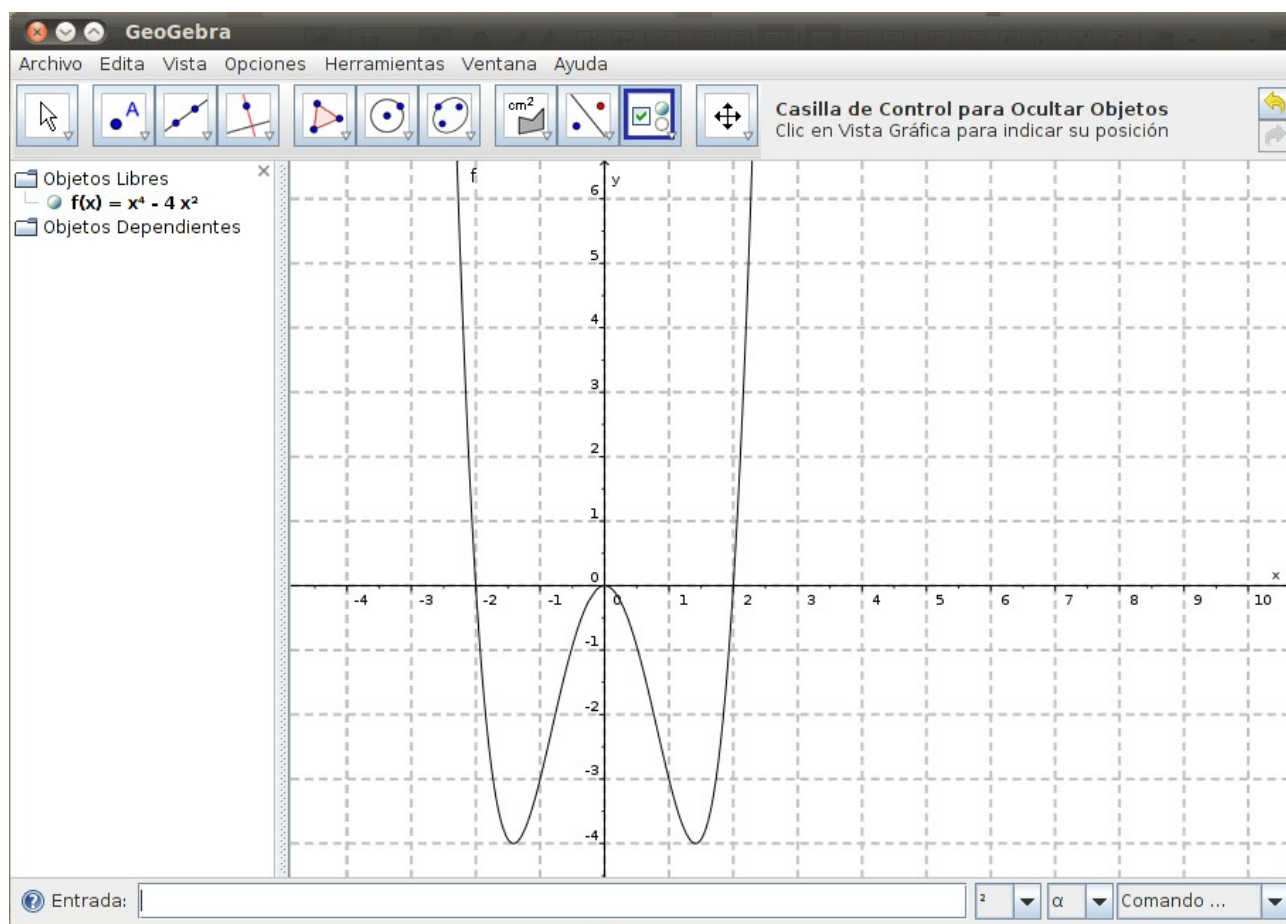


Imagen 31: Función cuadrática; Introducción de la función cuadrática en forma factorizada

- **Funciones polinómicas**

La función cuadrática es un caso particular de función polinómica. Su introducción en la barra de entrada responde a la misma sintaxis. Por ejemplo:



- **Funciones especiales**

Para introducir algunas funciones especiales utilizaremos el asistente

ubicado a la derecha de la barra de entrada o en su lugar tendremos que tipear las mismas según la siguiente tabla. Nota: recordemos que el programa utiliza el idioma inglés como base para las expresiones matemáticas.

Función/ecuación/operación	Sintaxis en GeoGebra
Raíz cuadrada: \sqrt{x}	sqrt(x)
Raíz cúbica: $\sqrt[3]{x}$	cbrt(x)
Valor absoluto: $ x $	abs(x)
Función signo: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$	sgn(x)
Logaritmo natural: $\ln(x)$	ln(x) o log(x)
Logaritmo de base 10: $\log(x)$	lg(x)
Seno	sin(x)
Coseno	cos(x)
Tangente	tan(x)
Arco seno	asin(x)
Arco coseno	acos(x)
Arco tangente	atan(x)
Función exponencial: e^x	e^x o exp(x)

- **Función partida**

Se pueden graficar funciones partidas: $f(x) = \begin{cases} y_1 \rightarrow \text{intervalo} \\ y_2 \rightarrow \text{intervalo} \\ \dots \\ y_n \rightarrow \text{intervalo} \end{cases}$

GeoGebra tomará cada sub-función de forma separada e independiente una de otra. Para ingresar cada ecuación en el intervalo correspondiente utilizamos el comando “función”. Por ejemplo, para graficar la función $f(x) = x - 1$ en el intervalo $(-1; 3)$ debemos escribir en la barra de entrada: función[x-1,-1,3].

El programa siempre incluirá en la función los extremos del intervalo designado, es decir que el intervalo es cerrado (en el ejemplo anterior es el $[-1; 3]$). En cualquier caso el programa no graficará puntos en los extremos de la función, y para poder graficarlos (abiertos o cerrados) necesitaremos añadir un punto sobre la función y eventualmente cambiar sus propiedades gráficas (esto se verá en el último capítulo).

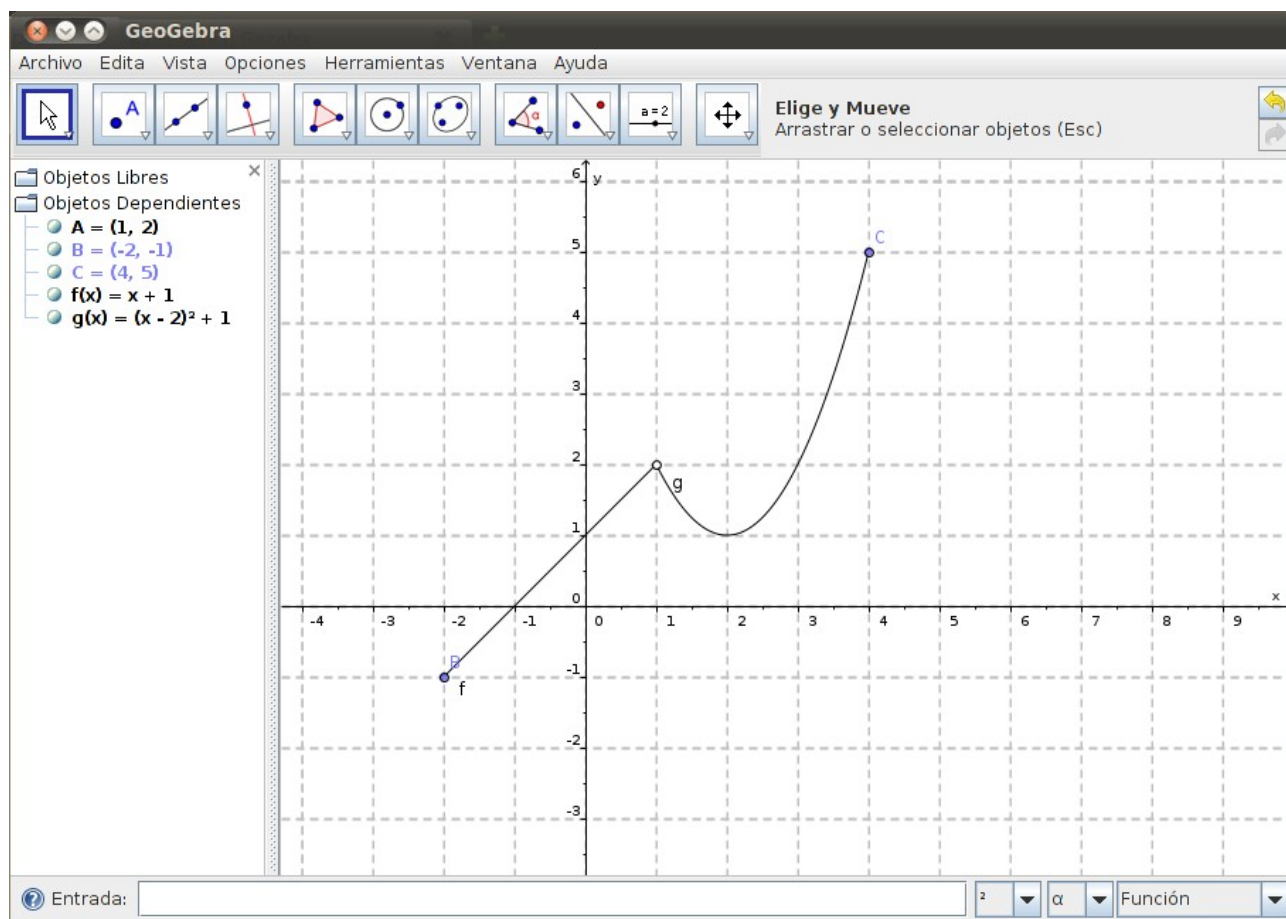


Imagen 32: Función partida; Función lineal y cuadrática

Nota: Como ya se ha dicho GeoGebra es capaz de graficar muchos tipos de ecuaciones, como por ejemplo las cónicas. Si bien en este curso no se dará una explicación específica para estos casos invitamos a experimentar introduciendo en la barra de entrada las ecuaciones de diferentes cónicas (respetando la sintaxis propia del programa).

Actividad 5

1. Graficar las siguientes ecuaciones y funciones lineales:

$$f(x) = 2x - 3, \quad y = -\frac{1}{3}x + 2, \quad -5x + 6$$

2. Graficar la ecuación lineal de pendiente -4 y ordenada al origen 5 .
3. Graficar las siguientes ecuaciones cuadráticas:

$$y = (x - 2)^2 - 3, \quad y = -2(x + 1)(x - 3), \quad y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 3.5$$

4. Graficar la ecuación cuadrática de coeficiente principal $a = -1$ y raíces

$$x_1=1 \text{ y } x_2=3 .$$

5. Graficar el polinomio: $p(x)=2x^4+3x^3-4x^2-5x+1$

6. Graficar el polinomio de raíces $x_1=-3$, $x_2=-1$, $x_3=0$, $x_4=2$, $x_5=4$ y coeficiente principal igual a -1 .

7. Graficar las siguientes funciones y ecuaciones con operadores especiales:

$$f(x)=\sqrt{x}-1 \text{ , } g(x)=\sqrt[3]{x-2}+1 \text{ , } h(x)=|x+1|-2 \text{ , } y=\ln(x^2)+1 \text{ ,}$$

$$y=\log(x-1) \text{ , } \frac{e^x+e^{-x}}{2} \text{ , } y=\tan(x/2) \text{ , } y=\frac{\operatorname{sen} x}{x} \text{ , } y=\operatorname{arcocos}(x-\pi)$$

8. Graficar las siguientes funciones partidas:

$$f(x)=\left\{\begin{array}{l} y=-x+1 \rightarrow (-3;1] \\ y=x \rightarrow (1;+\infty) \end{array}\right\} \quad f(x)=\left\{\begin{array}{l} y=x+3 \rightarrow (-\infty;-1] \\ y=0 \rightarrow (-1;1) \\ y=x-2 \rightarrow (1;+\infty) \end{array}\right\}$$

Capítulo 7 | Análisis de funciones

En este capítulo aprenderemos cómo analizar funciones con la ayuda de GeoGebra.

- **Raíces**

Dado un polinomio o una ecuación cualquiera es posible hallar sus raíces con la ayuda de la herramienta “Intersección de Dos Objetos”. Esta aplicación solicitará que seleccionemos los dos objetos que se intersecan, y como resultado el programa nos mostrará todos los puntos de contacto entre ellos. En este caso, luego de hacer clic en la herramienta correspondiente seleccionaremos el eje de las abscisas y la ecuación de la cual queremos encontrar las raíces. En el siguiente ejemplo muestran las raíces del polinomio $P(x)$.

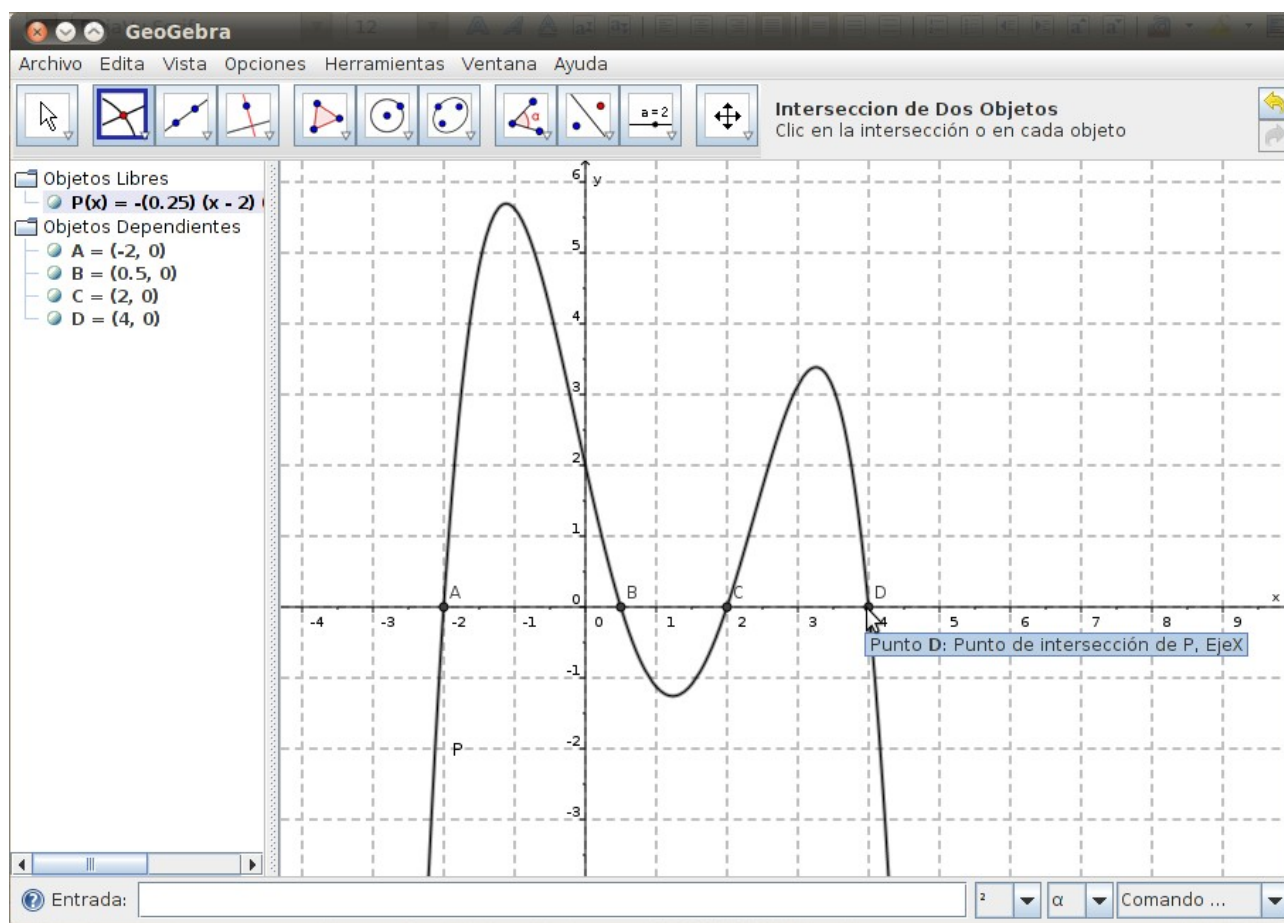


Imagen 33: Raíces; El polinomio $P(x)$ tiene cuatro raíces reales: $\{-2; 1/2; 2; 4\}$



Nota: Es importante aclarar que GeoGebra ofrece soluciones numéricas enteras o decimales. Con lo cual la precisión de raíces irracionales se verá afectada por el redondeo que el programa realice. Esto es así porque GeoGebra no es un programa de análisis numérico (ni pretende serlo) sino de aprendizaje matemático. Para estas cuestiones donde se necesite exactitud algebraica existen programas como Máxima que está especialmente diseñado a tal fin. Eso sí, GeoGebra permite trabajar con diferentes grados de redondeo, propiedad que será analizada en capítulos siguientes.

• Intersección entre ecuaciones

Se desprende del apartado anterior que la herramienta “Intersección de Dos Objetos” sirve para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones. Será necesario seleccionar las dos ecuaciones de las cuales queremos encontrar los puntos de intersección y el programa automáticamente graficará los puntos dependientes. En el siguiente ejemplo se muestra la intersección entre una recta y una parábola.

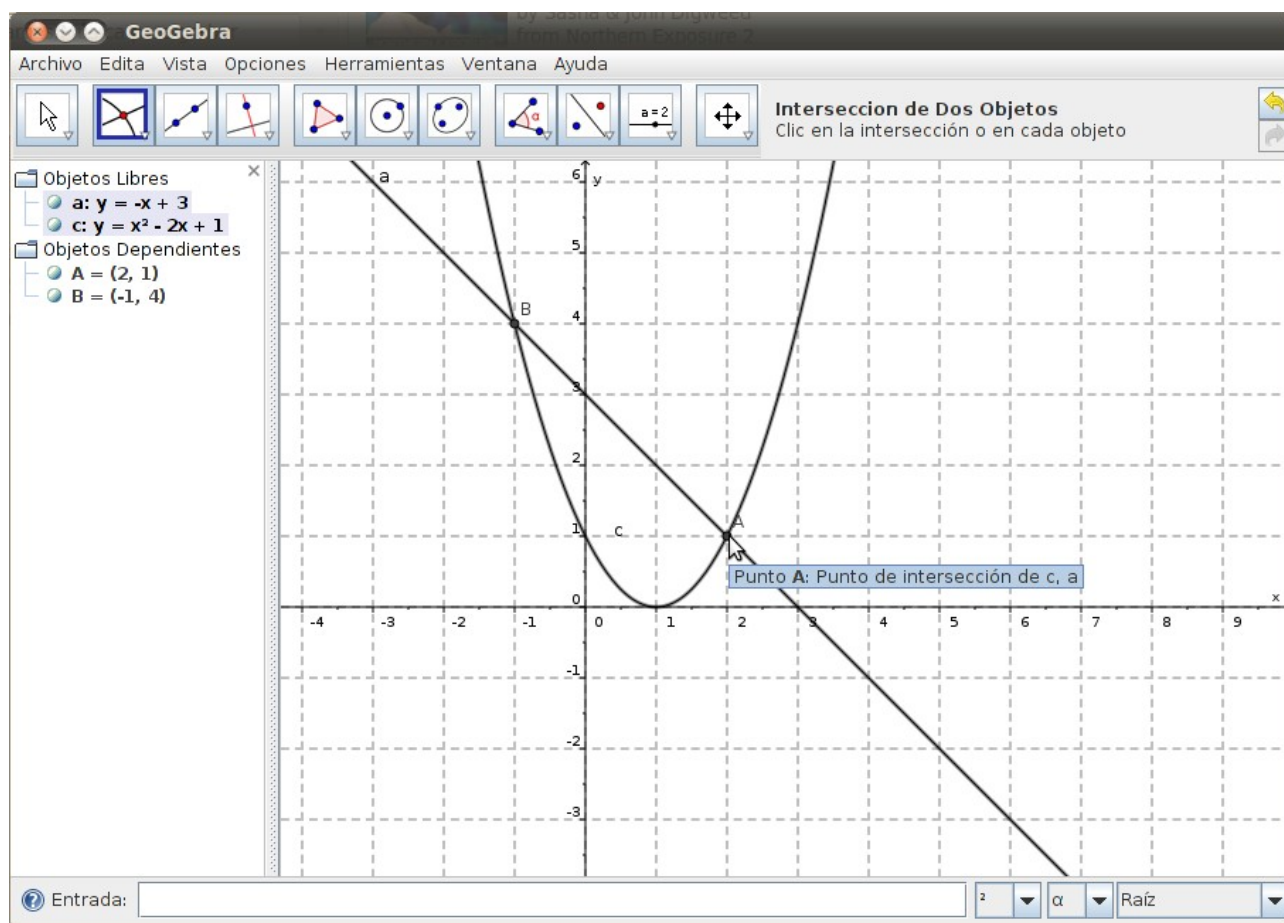


Imagen 34: Solución; Sistema compuesto por una ecuación lineal y otra cuadrática

- **Derivadas**

En el panel desplegable de comandos tenemos la herramienta “Derivada” cuya sintaxis necesita de una función previamente introducida o bien una expresión funcional. La salida de este comando es la gráfica de la función derivada junto con su expresión correspondiente en el panel de objetos dependientes.

También es posible encontrar la función de la función $f(x)$, previamente introducida, con la simple notación $f'(x)$.

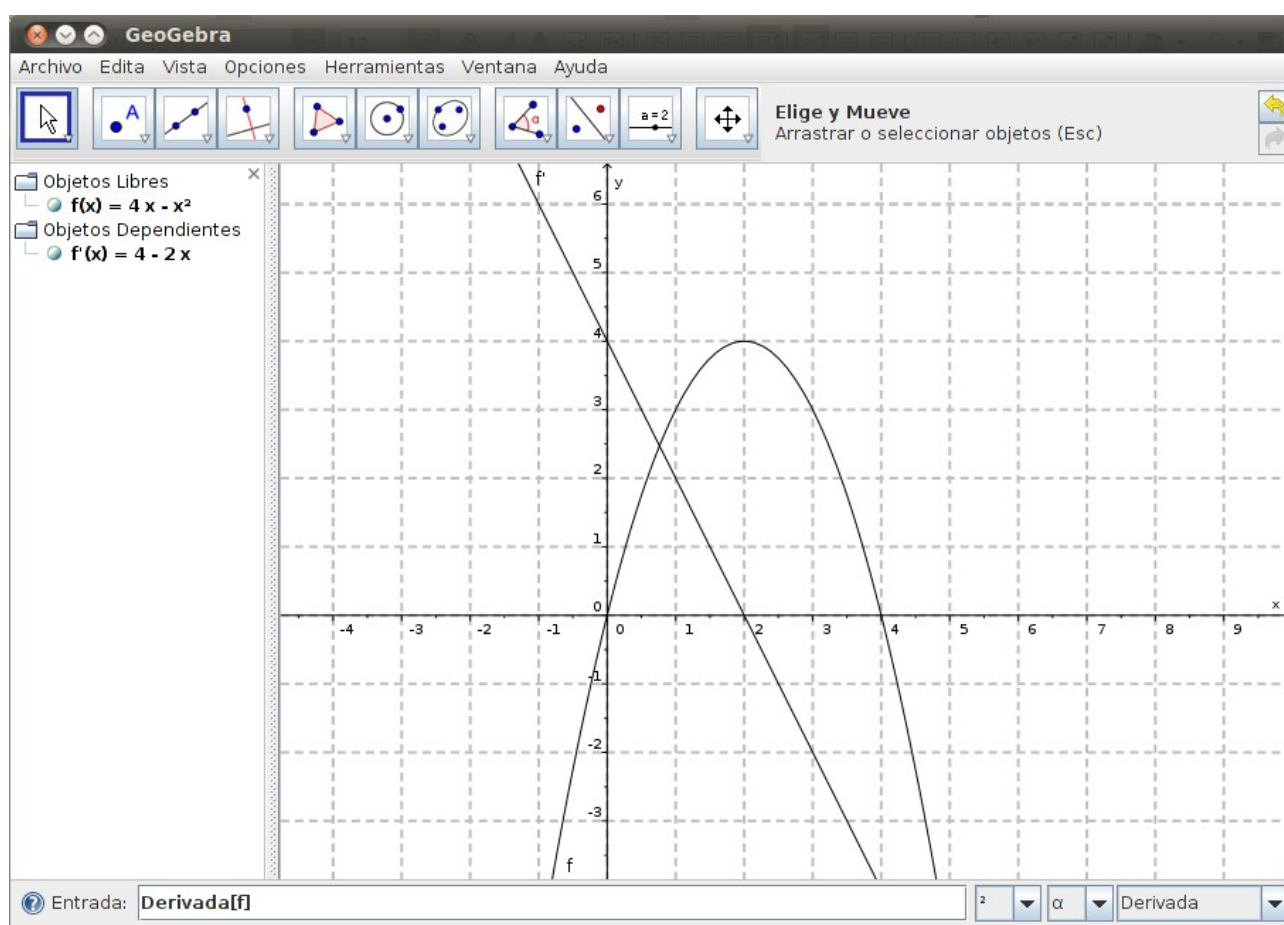


Imagen 35: Función derivada; $f'(x)$ depende de $f(x)$.

- **Integrales**

El comando “Integral” sirve para encontrar la primitiva de una función dada. Si no se especifica un intervalo de integración el programa devuelve la función primitiva con la particularidad de que el valor “c”, constante de la integral indefinida, toma el valor 0 (cero). Por ejemplo:

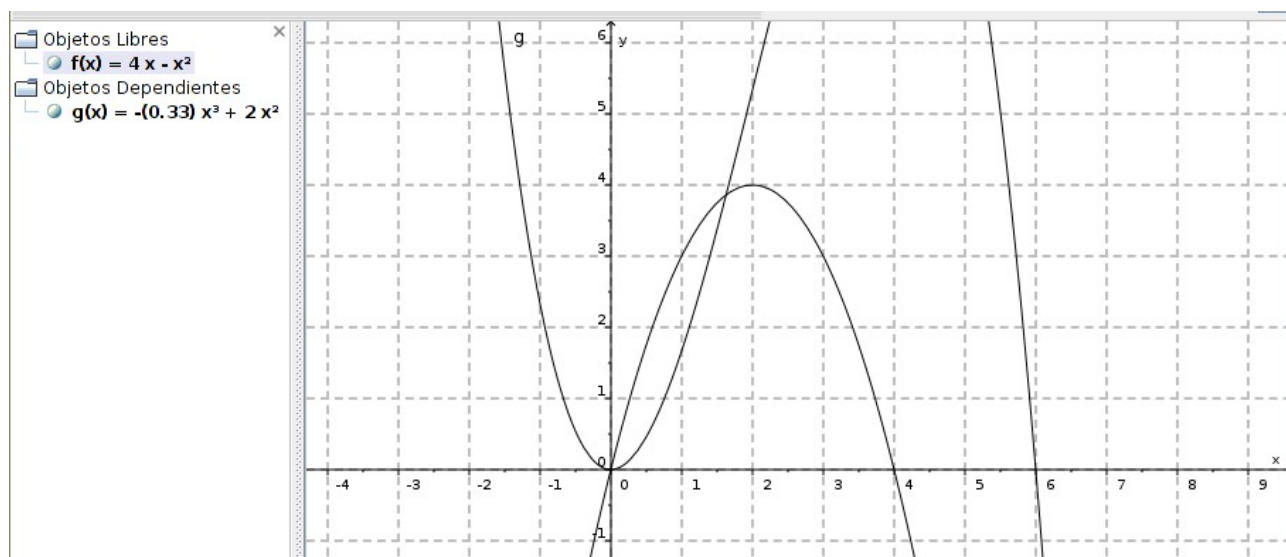


Imagen 36: Integral; la función "g" es la primitiva de "f" con término independiente igual a 0

Si especificamos un intervalo de integración, GeoGebra graficará el área correspondiente a la integral definida de la función entre los valores dados. Por ejemplo:

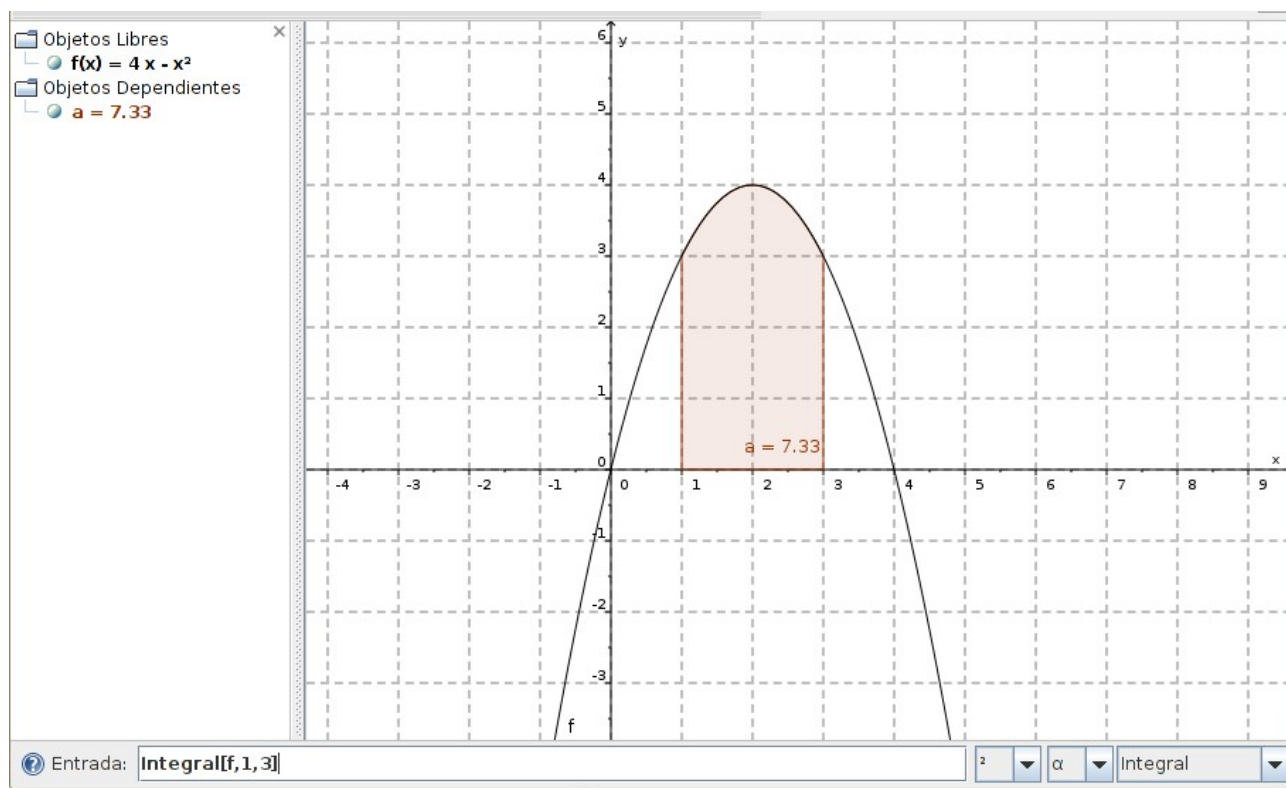


Imagen 37: Integral definida; El área sombreada es la integral definida de "f" en [1;3]

Observación: Este comando también admite poder encontrar el área definida entre dos curvas. La sintaxis solicitada para ello es *Integral*[función *f*, función *g*, número *a*, número *b*].

Actividad 6

1. Construir una función polinómica de grado 3 que tenga raíces -1, 1 y 3.
2. Hallar las raíces de la función anterior de forma gráfica.
3. Resolver de forma gráfica el siguiente sistema:
$$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -x^2 - 3x + 2 \end{cases}$$
4. Analizar máximos y mínimos de la función $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 1,75x - 1,5$ mediante la aplicación de la derivada.
5. Calcular el área de la función anterior entre 0 y 3.

Capítulo 8 | Objetos de control

Este capítulo corresponde a un usuario de GeoGebra que ya ha adquirido ciertas habilidades y destrezas básicas. Aquí se tratará el concepto general que existe en el trasfondo de las construcciones “automáticas”.

Lo primero que hay que entender es que no existen formas únicas de realizar nuestras construcciones, aunque si existen algunas formas más óptimas que otras.

- **Objetos dependientes**

El primer concepto, del cual se ha hablado un poco con anterioridad, es el de los objetos dependientes. Cuando uno grafica una recta que pasa por dos puntos observamos que automáticamente GeoGebra admite que la recta es dependiente de los puntos, entre otras cosas esto significa que al borrar un punto se borrará la recta.

Este concepto se observa mejor si iniciamos una construcción secuencial, donde cada objeto va dependiendo de otro anterior. Esto es lo que hace de GeoGebra un software de matemática dinámica.

A modo de ejemplo: Tracemos el segmento \overline{AB} , luego grafiquemos un pentágono regular de modo que el punto B sea uno de los vértices del mismo y uno de los vértices adyacentes a éste esté sobre el segmento \overline{AB} .

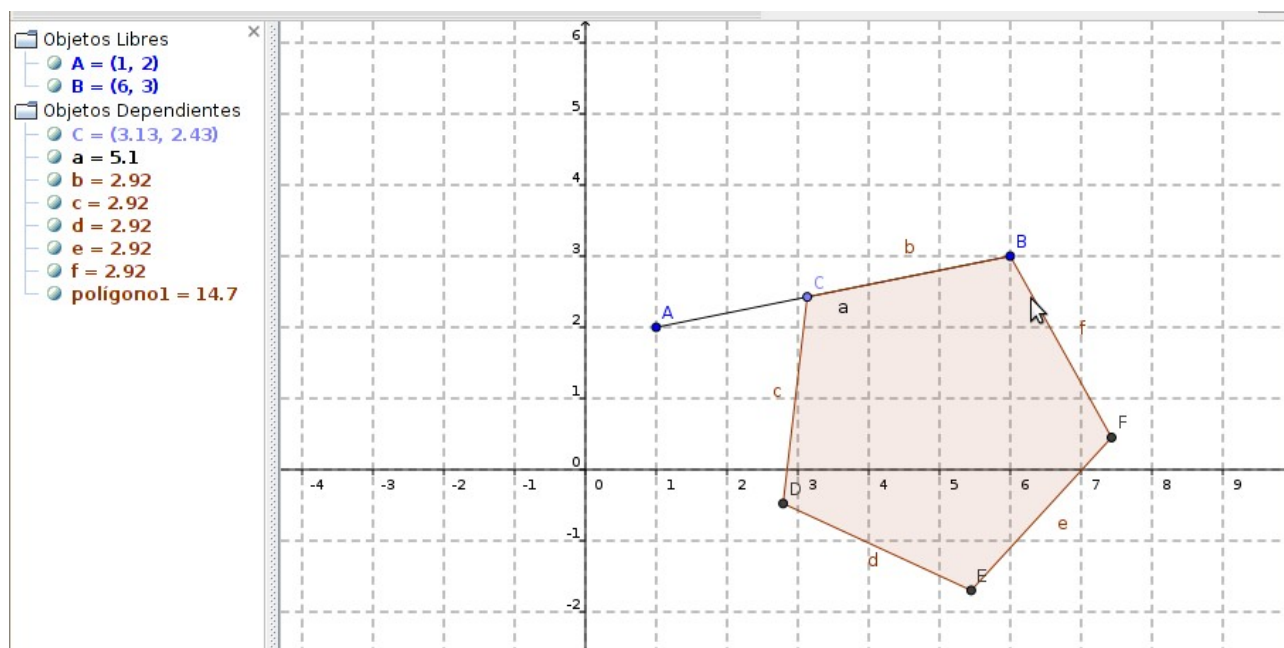


Imagen 38: Construcción; El pentágono depende del segmento AB

Se observa que los puntos A y B, objetos libres, aparecen con color azul y pueden moverse hacia cualquier dirección. El punto C tiene color celeste, ya que solo puede moverse sobre el segmento \overline{AB} , por lo tanto no es totalmente libre. El resto de los puntos son negros, lo que indica que son totalmente dependientes de otros y no pueden seleccionarse para moverse individualmente.

• Deslizadores

Los deslizadores son objetos muy útiles para realizar construcciones dinámicas. Un deslizador es un segmento con un punto móvil que se desplaza sobre el mismo. Este punto es tomado como un número (escalar) sobre el cual dependan otros objetos. Al desplazar el deslizador se modificarán los objetos que de él dependan.

La herramienta “deslizador” se encuentra en la barra de herramientas. Podemos colocar el deslizador en cualquier parte de la pantalla, luego veremos cómo cambiar algunas de sus propiedades.

A modo de ejemplo creamos un deslizador haciendo clic sobre el botón propio y luego sobre la zona superior derecha de la hoja de trabajo. Inmediatamente aparecerá un cuadro de diálogo que nos ofrecerá nombrar el deslizador, como así también indicar el rango de trabajo de el punto (escalar) del mismo. Por el momento dejaremos todo como está y aceptamos. Veremos que aparece un deslizador en la esquina de la hoja. Hasta aquí el deslizador no cumple ningún tipo de función.

Ahora ingresaremos, por ejemplo, una función donde se mencionará la variable “a” (la cual es controlada por el deslizador): $f(x)=a*x+1$

donde “a” es la pendiente de la función lineal.

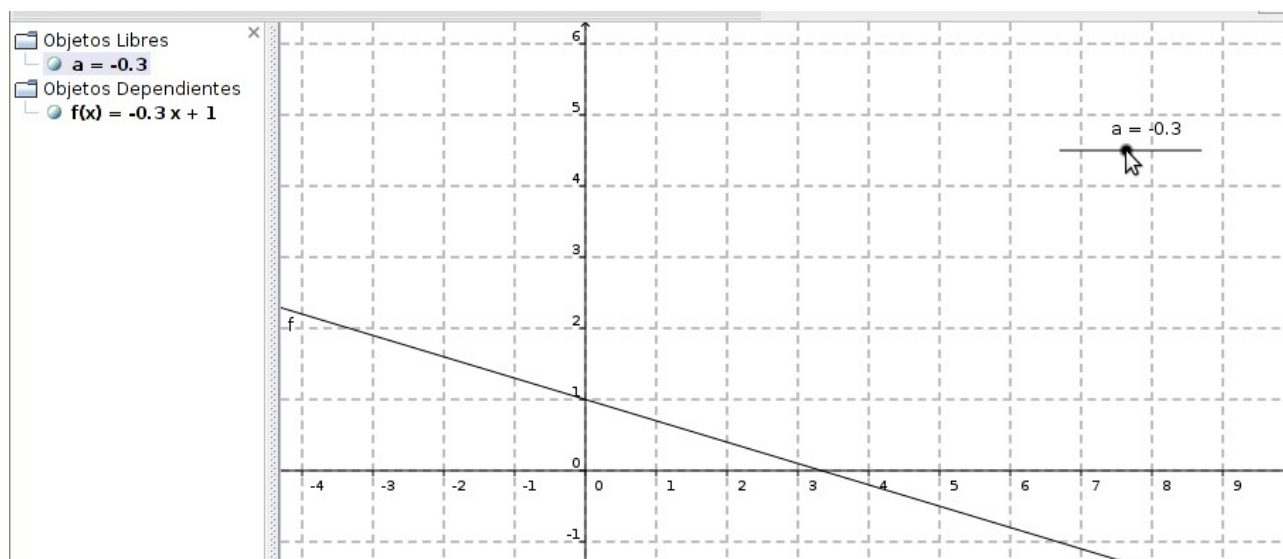


Imagen 39: Deslizador; La variable "a" del deslizador controla la pendiente de la recta

Ahora, al mover el punto del deslizador hacia un lado y hacia el otro se observa que la recta cambia su pendiente. Este recurso es muy útil en la enseñanza porque añade la característica dinámica que difícilmente podemos conseguir en el pizarrón.

Con un poco de creatividad se pueden lograr construcciones complejas y sorprendentes para las clases de matemática como así también para estudiar la solución de problemas geométricos.

Nota: un mismo deslizador puede controlar un número ilimitado de objetos dependientes, como así también un mismo objeto (función, figura, etc.) puede ser controlado por más de un deslizador.

- **Casilla de control**

Las casillas de control sirven para ocultar objetos de forma rápida. Este recurso es útil cuando tenemos muchos objetos en una construcción compleja o bien cuando queremos ocultar partes de la misma con el objeto de seguir una secuencia ordenada de la misma.

Esta herramienta se encuentra en la barra de herramientas. Su utilización es muy simple, ya que una vez indicado el lugar en el que deseamos poner la casilla de control aparecerá un cuadro de diálogo que muestra una lista de todos los posible objetos que pueden ocultarse. Los seleccionamos y luego ponemos el título de la casilla para poder identificarla fácilmente.

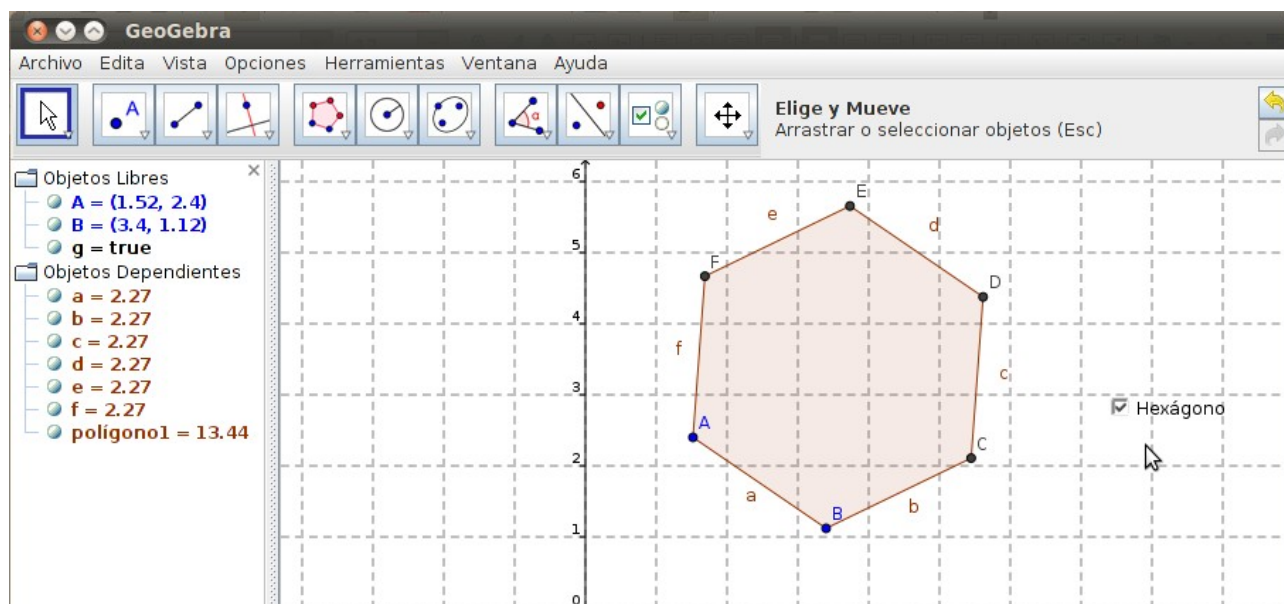


Imagen 40: Casilla de control; El hexágono desaparece si se destilda la casilla

Nota: Es posible hacer aparecer y desaparecer varios objetos con la misma casilla de control. Esto se hace desde el cuadro de diálogo, seleccionando todos los objetos que deseamos.

Actividad 7

1. Graficar la función cuadrática $f(x) = a \cdot (x - b)^2 + c$ de modo que sea controlada por tres deslizadores diferentes (recordar que los deslizadores se introducen antes que la expresión).
2. Introducir una casilla de control para la expresión anterior.
3. Graficar el vector $(a; b)$ controlado por dos deslizadores distintos (Hay que tener en cuenta que este vector requiere la sintaxis "Vector[Punto]").

Capítulo 9 | Propiedades

En este capítulo aprenderemos a modificar algunas propiedades de los objetos de GeoGebra, como por ejemplo el color y estilo de trazo de rectas, punto y funciones.

- **Propiedades**

Se puede acceder a las propiedades de cualquier objeto de GeoGebra haciendo clic derecho sobre el mismo:

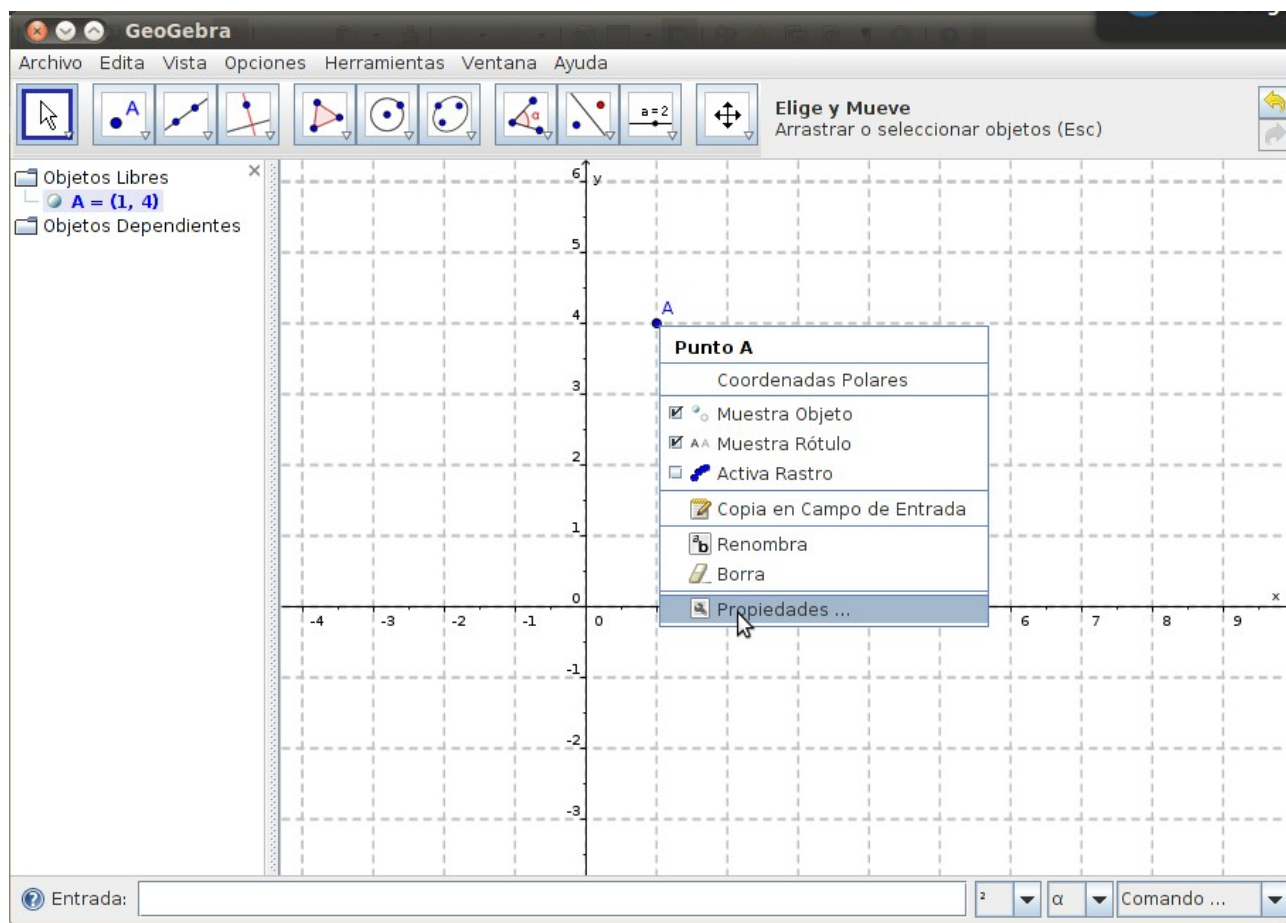


Imagen 41: Propiedades: menú emergente sobre el punto A

Entre las propiedades básicas se explicamos las más importantes:

- **Nombre:** Identifica al objeto de forma única, y puede cambiarse por otro nombre siempre que no esté asignado a otro objeto.
- **Valor:** Especifica características del objeto (en el caso del punto, por ejemplo, se especifican las coordenadas del mismo)
- **Muestra objeto:** Cuando está tildado el objeto será visible en la zona gráfica (siempre será visible en la Vista algebraica)
- **Muestra Rótulo:** Por defecto todo objeto aparece con el rótulo activado donde se muestra el nombre del mismo. Esto puede cambiarse a los valores "Nombre y Valor", "Valor", "Subtítulo".
- **Objeto fijo:** Si se activa esta casilla el objeto no se moverá de la posición del plano en la que se encuentra.

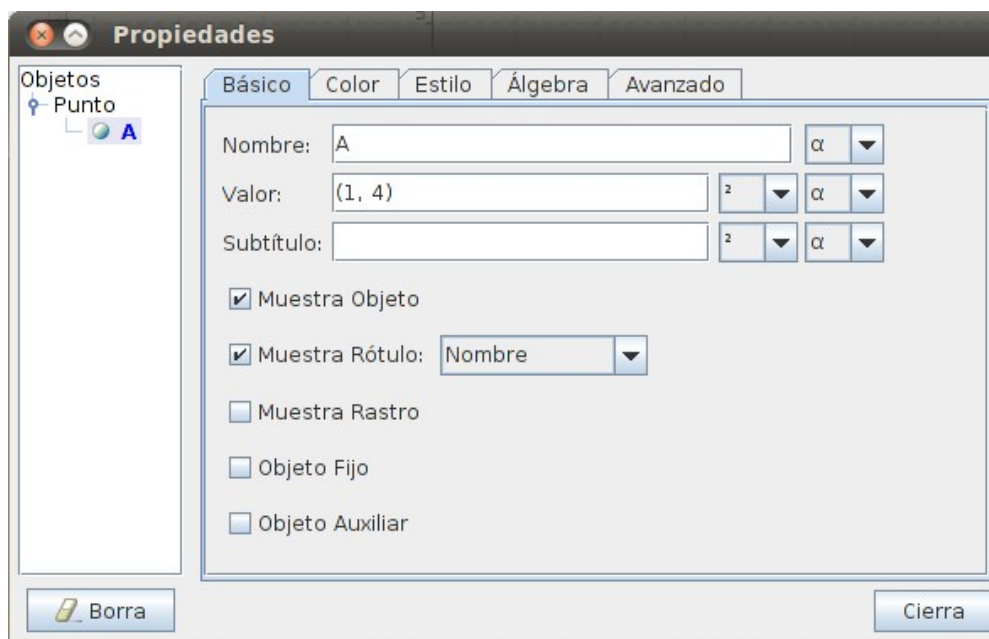


Imagen 42: Propiedades; Las propiedades varían de objeto a objeto

En la lengüeta “Color” se puede seleccionar el color del objeto entre con un simple clic sobre la paleta de colores.

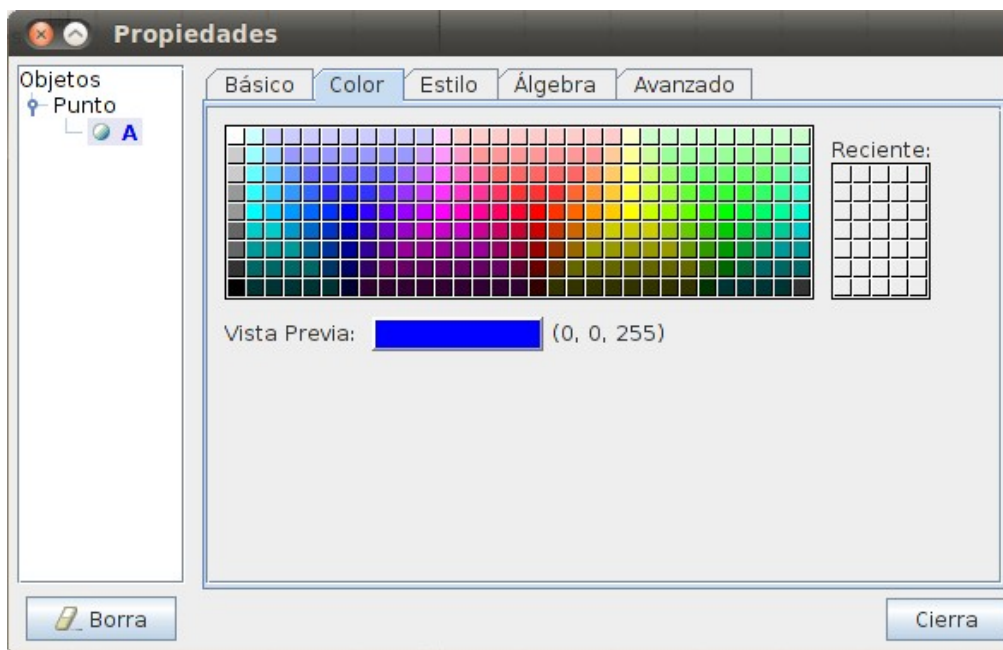


Imagen 43: Propiedades; Paleta de colores

Entre las propiedades de “Estilo” podremos modificar el tamaño y el formato de puntos o el grosor del trazo de una función o segmento.

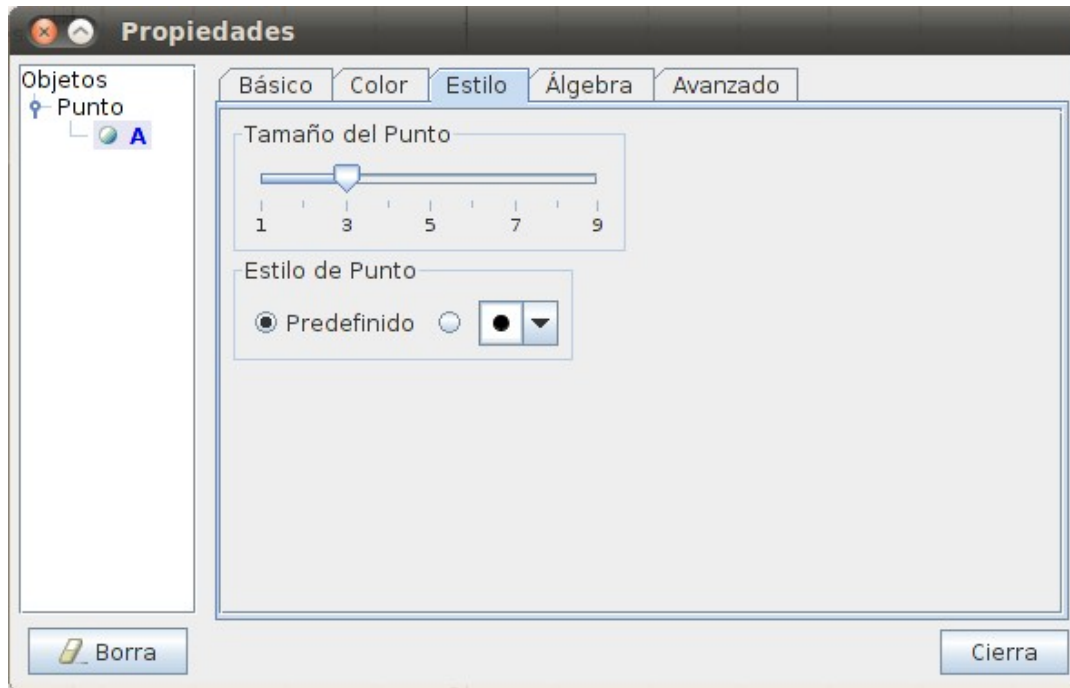


Imagen 44: Estilo; Opciones de estilo para un punto

- **Exportación de imágenes**

Esta opción nos permite exportar una imagen de la zona gráfica al

portapapeles o bien como archivo en formato png (recomendado), pdf, eps, svg y emf.

Para exportar una imagen necesitamos ir a “Archivo->Exporta” y luego elegir la opción “Vista Gráfica como imagen” (También es posible copiar la imagen directamente al portapapeles para luego pegarla en un documento de texto).

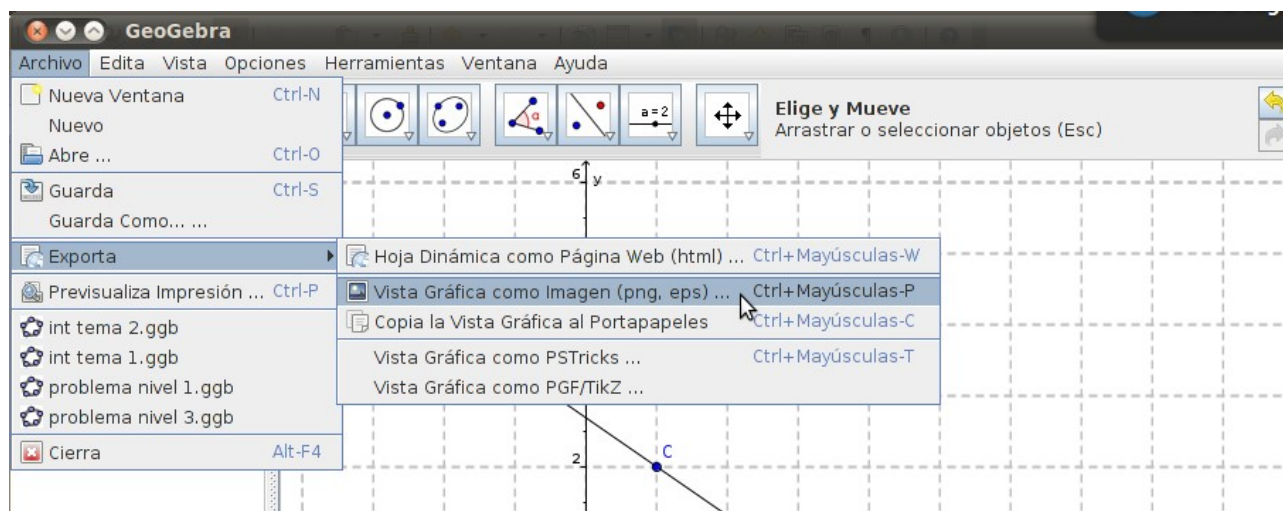


Imagen 45: Exportar; Opciones de exportación

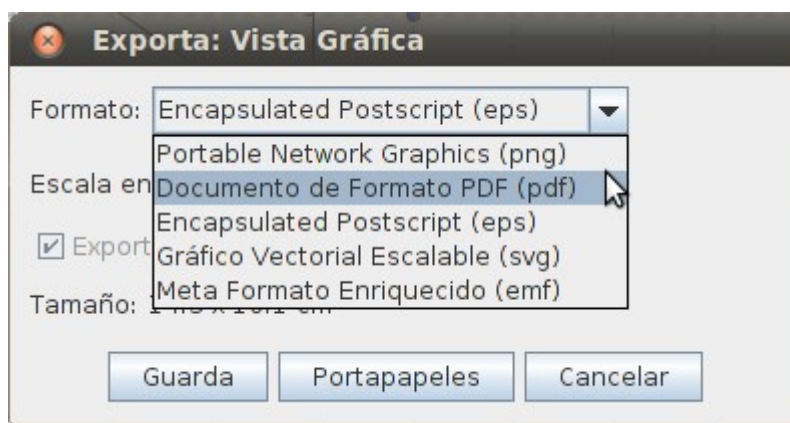


Imagen 46: Exporta Vista Gráfica; Opciones de formato

Nótese que desde esta misma ventana se puede elegir guardar la imagen como archivo o bien exportarla al portapapeles. También es posible cambiar la escala horizontal y vertical en centímetros, aunque es recomendable no modificar esta opción y dejarla tal cual aparece por defecto (1:1).

- **Opciones**

Por último veremos algunas de las opciones más útiles para nuestro

trabajo con GeoGebra.

“Opciones → Unidad angular”: Aquí es posible cambiar la opción por defecto “Grado” (sexagesimal, sin minutos ni segundos) por “Radianes”.

“Opciones → Redondeo”: Se puede elegir entre varias opciones de redondeo. Por defecto GeoGebra admite dos lugares decimales.

“Opciones → Tamaño de Letra”: Por defecto el tamaño de letra de GeoGebra es de 12pt, pero puede cambiarse por tamaños de hasta 32pt. Esto es muy útil cuando proyectamos la pantalla o cuando pegamos imágenes de GeoGebra en algún documento de texto o presentación.

“Opciones → Vista Gráfica”: Aquí podemos configurar distintas características como el color y estilo de ejes y cuadrículas. Entre las opciones más interesantes se encuentra el cambio de unidad del eje, por ejemplo cuando graficamos una función trigonométrica y necesitamos que el eje horizontal se encuentre con unidades expresadas en radianes (π).

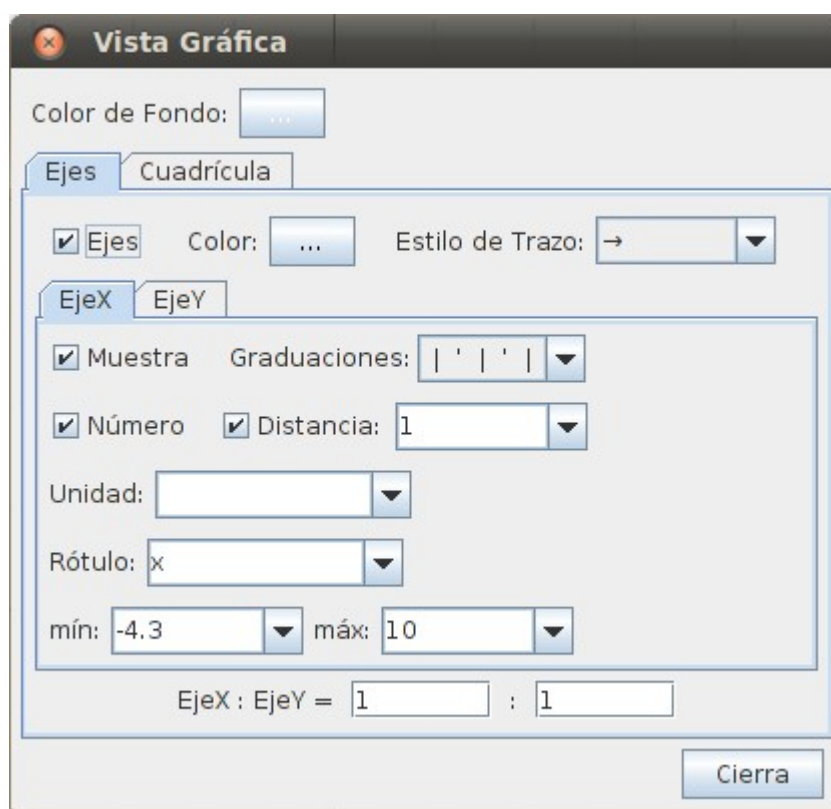


Imagen 47: Vista Gráfica; Opciones de los ejes

La lengüeta “Cuadrícula” permite activar o desactivar la misma en la vista gráfica, como también cambiar el color, el estilo y la distancia entre las líneas horizontales y verticales. Si necesitamos proyectar

GeoGebra sobre una pared donde la iluminación ambiente es abundante se recomienda activar la opción “Negrita” de modo que la cuadrícula sea más visible.

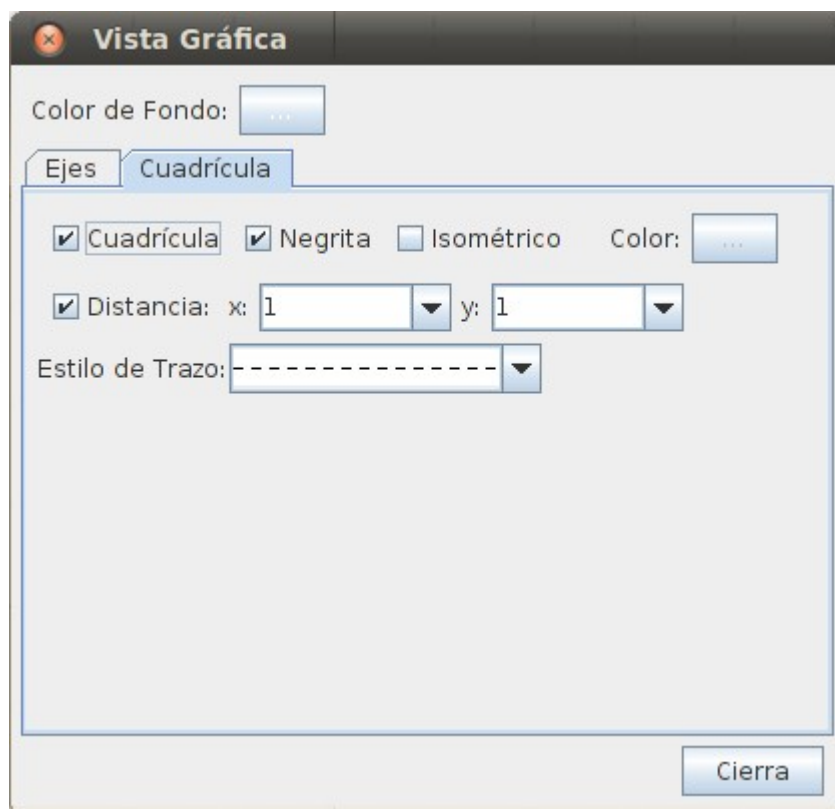


Imagen 48: Vista Gráfica; Opciones de Cuadrícula

Sobre la licencia de este tutorial:

Autor: Federico Gazaba

Esta obra está licenciada bajo una Licencia Atribución-Compartir Obras Derivadas Igual 2.5 Argentina de Creative Commons. Para ver una copia de esta licencia, visite <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.5/ar/>

Usted es libre de: Copiar, distribuir, exhibir, y ejecutar la obra. Hacer obras derivadas. Si usted altera, transforma, o crea sobre esta obra, sólo podrá distribuir la obra derivada resultante bajo una licencia idéntica a ésta.